

ชื่อเรื่องวิทยานิพนธ์	กึ่งกรุปแบร์-เลวีของการแปลงบางส่วน	
ผู้เขียน	นายบูรพา สิงหา	
ปริญญา	วิทยาศาสตร์คหุภัณฑ์ (คณิตศาสตร์)	
คณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	รศ. จินตนา แสงวงศ์ ศ. ดร. สมพงษ์ ธรรมพงษา รศ. ดร. สรศักดิ์ ลีรัตนาวลี	อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

### บทคัดย่อ

ในปี พ.ศ. 2546 มากัสสมิธและสุลิแวนได้ให้นิยามของขอบเขตบนน้อยสุด  $\Omega$  ของอันดับบางส่วนธรรมชาติ  $\leq$  และอันดับบางส่วน  $\subseteq$  บนกึ่งกรุปการแปลงบางส่วนบนเซต  $X$  ต่อมาในปี พ.ศ. 2547 ปินโตและสุลิแวนได้อธิบายลักษณะเฉพาะของอัตสัณฐาน ของกึ่งกรุปแบร์-เลวีของการแปลงบางส่วน  $PS(q)$  ซึ่งประกอบด้วยการแปลงบางส่วน  $\alpha$  ที่  $|X \setminus \text{ran}\alpha| = q$  เมื่อ  $|X| \geq q \geq \aleph_0$  ในงานวิจัยนี้ได้อธิบายลักษณะเฉพาะของกรุปอัตสัณฐานของกึ่งกรุป  $R(q)$  ซึ่งเป็นกึ่งกรุปย่อยปรกติที่ใหญ่ที่สุดของ  $PS(q)$  นอกจากนี้ยังได้ศึกษาสมบัติต่างๆของอันดับบางส่วน  $\leq \subseteq \Omega$  และอันดับบางส่วนอื่นๆบน  $PS(q)$   $R(q)$  และบน  $I(X)$  กึ่งกรุปการแปลงบางส่วนหนึ่งต่อหนึ่งบนเซต  $X$  ในการศึกษาพบว่า มีความแตกต่างของสมบัติการเข้ากันได้ระหว่างอันดับบางส่วนเหล่านี้บนกึ่งกรุปทั้งสามชนิดข้างต้น และยังได้อธิบายการมีจริงของขอบเขตล่างมากที่สุด ขอบเขตบนน้อยสุด สมาชิกใหญ่สุดเฉพาะกลุ่ม และสมาชิกเล็กสุดเฉพาะกลุ่มใน  $PS(q)$  ภายใต้  $\leq \subseteq$  และ  $\Omega$  สุดท้ายได้ให้ลักษณะเฉพาะของกึ่งกรุปย่อยใหญ่สุดเฉพาะกลุ่มของ  $PS(q)$  ในกรณีที่  $|X| > q$  และยังได้อธิบายลักษณะเฉพาะของบางกึ่งกรุปย่อยใหญ่สุดเฉพาะกลุ่มของ  $PS(q)$  เมื่อ  $|X| = q$

**Thesis Title** Baer-Levi Semigroups of Partial Transformations

**Author** Mr. Boorapa Singha

**Degree** Doctor of Philosophy (Mathematics)

**Thesis Advisory Committee**

Assoc. Prof. Jintana Sanwong

Advisor

Prof. Dr. Sompong Dhompongsa

Co-advisor

Assoc. Prof. Dr. Sorasak Leeratanavalee

Co-advisor

### ABSTRACT

In 2003, Marques-Smith and Sullivan described the join  $\Omega$  of the natural partial order  $\leq$  and the containment order  $\subseteq$  on  $P(X)$ , the semigroup under composition of all partial transformations on a set  $X$ . Later, in 2004, Pinto and Sullivan described all automorphisms of  $PS(q)$ , the partial Baer-Levi semigroup consisting of all injective  $\alpha \in P(X)$  such that  $|X \setminus \text{ran } \alpha| = q$ , where  $|X| \geq q \geq \aleph_0$ . In this research, we describe the group of automorphisms of  $R(q)$ , the largest regular subsemigroup of  $PS(q)$ . We also study various properties of  $\leq$ ,  $\subseteq$ ,  $\Omega$  and other partial orders defined on  $PS(q)$ ,  $R(q)$  and the symmetric inverse semigroup  $I(X)$ . We show that there are differences between the partial orders on these semigroups, concerned with their compatibility with respect to composition. We also describe the existence of the meet and join and the existence of maximal and minimal elements in  $PS(q)$  with respect to each of  $\leq$ ,  $\subseteq$  and  $\Omega$ . Finally, we characterize all maximal subsemigroups of  $PS(q)$  when  $|X| > q$ , and we determine some of its maximal subsemigroups when  $|X| = q$ .