Thesis Title The Green Function of Some Operators Related to the Diamond Operator

Author Mr. Chalermpon Bunpog

Degree Doctor of Philosophy (Mathematics)

Thesis Advisory Committe

Prof. Amnuay Kananthai Chairperson

Prof. Dr. Suthep Sauntai Co-Adviser

Assoc. Prof. Dr. Vited Longani Co-Adviser

ABSTRACT

In this thesis, firstly we study the Green's identity, fundamental solution and Dirichlet problem of the diamond operator. Next, we define and study the Green function of the operator $\left(\Diamond_B + m^4\right)^k$, where $\Diamond_B = \left(\sum_{i=1}^{p} B_{x_i}\right)^2 - \left(\sum_{j=p+1}^{p+q} B_{x_j}\right)^2$, $B_{x_i} = \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \frac{2\upsilon_i}{x_i}\cdot\frac{\partial}{\partial x_i}$, $2\upsilon_i = 2\alpha_i + 1$, $\alpha_i > -\frac{1}{2}$, $x_i > 0$. We also apply the defined Green function to solve the solution of the equation $\left(\Diamond_B + m^4\right)^k = f(x)$. Finally, we study the Green function of the operator $L_{k_2}^{k_1}$, where $L_{k_2}^{k_1} = \left(\Delta_B + m_1^2\right)^{k_1}\left(\Pi_B + m_1^2\right)^{k_2}$, $k_1, k_2 = 0,1,2,\ldots$, $k_1 + k_2 \neq 0$, $\Delta_B = \sum_{i=1}^{p+q} B_{x_i}$, $\Pi_B = \sum_{i=1}^{p} B_{x_i} - \sum_{j=p+1}^{p+q} B_{x_j}$. We obtain the required Green function related to the elementary solutions of the Bessel-Helmholtz operator and the Bessel Klein-Gordon operator. The results obtained in this thesis extend and improve several results obtained in this area.

ชื่อเรื่องวิทยานิพนธ์ ฟังก์ชันกรีนของตัวดำเนินการบางตัวที่สัมพันธ์กับตัวดำเนินการไดมอนด์

ผู้เขียน นาย เฉลิมพล บุญปก

ปริญญา วิทยาศาสตรดุษฎีบัณฑิต (คณิตศาสตร์)

คณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

	ศ. อำนวย ขนันไทย	ประธานกรรมการ
	ศ. ดร. สุเทพ สวนใต้	กรรมการ
	รศ. ดร. วิเทศ ลงกานี	กรรมการ

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์นี้ได้ศึกษาเอกลักษณ์ของกรีน ผลเฉลยหลักมูล และปัญหาดีรีเคลของตัวดำเนินการไดมอนด์ นอกจากนี้ได้นิยามและศึกษาฟังก์ชันกรีนของตัวดำเนินการ $\left(\Diamond_B + m^4\right)^k$ โดยที่ $\Diamond_B = \left(\sum_{i=1}^{p} B_{x_i}\right)^2 - \left(\sum_{j=p+1}^{p+q} B_{x_j}\right)^2$, $B_{x_i} = \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \frac{2\upsilon_i}{x_i}\cdot\frac{\partial}{\partial x_i}$, $2\upsilon_i = 2\alpha_i + 1$, $\alpha_i > -\frac{1}{2}$, $x_i > 0.$ และประยุกต์ใช้ฟังก์ชันกรีนดังกล่าวเพื่อหาผลเฉลยของสมการ $\left(\Diamond_B + m^4\right)^k = f(x)$ สุดท้ายได้ศึกษาฟังก์ชันกรีนของตัวดำเนินการ $L_{k_2}^{k_1}$ โดยที่ $L_{k_2}^{k_1} = \left(\Delta_B + m_1^2\right)^{k_1}\left(\Pi_B + m_1^2\right)^{k_2}$, $k_1, k_2 = 0,1,2,\ldots,\ k_1 + k_2 \neq 0,\ \Delta_B = \sum_{i=1}^{p+q} B_{x_i},\ \Pi_B = \sum_{i=1}^{p} B_{x_i} - \sum_{j=p+1}^{p+q} B_{x_j}$ ซึ่งพบว่า ฟังก์ชันกรีนดังกล่าวสัมพันธ์กับผลเฉลยมูลฐานของตัวดำเนินการเบสเซิล-เฮมโฮลซ์ และผลเฉลยมูลฐานของตัวดำเนินการเบสเซิล ไคลน์-กอร์ดอน ซึ่งการศึกษาวิจัยนี้ทำให้เกิดองค์ความรู้ใหม่ในสาขาวิชานี้