ชื่อเรื่องวิทยานิพนธ์	มอดูลแบบควอซี-พรีนซิเพิลลิอินเจคทีฟและมอดูลแบบควอซี-มินอินเจคทีฟ
ชื่อผู้เขียน	นายสมจิต โชติชัยสถิตย์
วิทยาศาสตรดุษฎีบัณฑิต	สาขาวิชาคณิตศาสตร์

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์	ศ.ดร. สมพงษ์ ธรรมพงษา	ประธานกรรมการ
	รศ. จินตนา แสนวงศ์	กรรมการ
	ดร. ปิยะพงศ์ เนียมทรัพย์	กรรมการ
	Asst. Prof. Dr. Mark Edwin Hall	กรรมการ
	ผศ. ดร. อัจฉรา หาญชูวงศ์	กรรมการ

บทคัดย่อ

กำหนดให้ R เป็นริงและ M เป็น R-มอดูลทางขวา จะเรียก R-มอดูลทางขวา N ว่าเป็น M-พรีนซิเพิลลิอินเจคทีฟ ถ้า ทุก ๆ โฮโมมอร์ฟิซึมจาก M-ไซคลิคสับมอดูลของ M ไปยัง N สามารถขยายไปบน M จะเรียก R-มอดูลทางขวา M ว่า ควอซี-พรีนซิเพิลลิอินเจคทีฟ ถ้า M เป็น M-พรีนซิเพิลลิอินเจคทีฟ เราขยายบทนิยามนี้สู่มอดูลแบบมินอินเจคทีฟ จะเรียก R-มอดูลทางขวา N ว่า เป็น M-มินอินเจคทีฟ ถ้า ทุก ๆ โฮโมมอร์ฟิซึมจาก ซิมเพิล M-ไซคลิคสับมอดูลของ M ไปยัง N สามารถขยายไปบน M จะเรียก R-มอดูลทางขวา N ว่า มินอินเจคทีฟ ถ้า N เป็น R-มินอินเจคทีฟ จะเรียก R-มอดูลทางขวา M ว่า ควอซี-มินอินเจคทีฟ ถ้า M เป็น M-มินอินเจคทีฟ ในวิทยานิพนธ์นี้มีผลงานหลักดังนี้

1. ให้ M เป็น เซลฟ์-เจเนอเรเตอร์ ยูนิซีเรียล R-มอดูลทางขวาและ S = End(M) แล้วข้อความต่อไปนี้สมมูลกัน
   (1) M เป็นควอซี-พรีนซิเพิลลิอินเจคทีฟ
   (2) S เป็นยูนิซีเรียลริงทางซ้าย และ $J(S) = \{ s \in S \mid Ker(s) \trianglelefteq M \}$

(3) S เป็นยูนิซีเรียลริงทางซ้าย และ ทุก $s \in S$ $Ss = S$ หรือ $Ker(s) \trianglelefteq M$

2. ให้ M เป็นควอซี-โพรเจคทีฟ เซลฟ์-เจเนอเรเตอร์ ซีเรียล R-มอดูลทางขวาที่มีตัวก่อกำเนิดจำกัดจำนวน เซต $\{e_i \mid i = 1,2,3,\ldots, n\}$ เป็นเซตบริบูรณ์ของไอเดมโพเทนต์ปฐมฐานเชิงตั้งฉากของ $S = End(M)$ แล้วข้อความต่อไปนี้สมมูลกัน
   (1) M เป็นควอซี-พรินซิเพิลลิอินเจคทีฟ
   (2) $J(S) = \{s \in S \mid Ker(s) \trianglelefteq M\}$ และ S เป็นซีเรียลริงทางซ้าย
   (3) S เป็นซีเรียลริงทางซ้าย และทุกคู่ $i,j \le n$ และทุก $s \in S$ ซึ่ง $0 \ne e_i s e_j \in Rad(Se_j)$ จะมีจำนวนเต็ม $k \le n$ และมี $t \in S$ ซึ่ง $e_j t e_k \ne 0$ และ $e_i s e_j t e_k = 0$
   (4) S เป็นเซลฟ์-พรินซิเพิลลิอินเจคทีฟริงทางขวา

3. สมมุติให้ M เป็นโพรเจคทีฟ เซมิเพอเฟค ดูโอ และควอซี-พรินซิเพิลลิอินเจคทีฟ R-มอดูลทางขวา ถ้า M เป็นเซลฟ์-เจเนอเรเตอร์ แล้ว M เป็นมอดูลแบบต่อเนื่อง

4. ให้ M เป็น R-มอดูลทางขวาและ $S = End(M)$ แล้วข้อความต่อไปนี้สมมูลกัน
   (1) M เป็นควอซี-มินอินเจคทีฟ
   (2) ทุก $s \in S$ ถ้า $s(M)$ เป็นซิมเพิล แล้ว $l_S(Ker(s)) = Ss$
   (3) ทุก $s, t \in S$ ที่ $t \ne 0$ ถ้า $s(M)$ เป็นซิมเพิล และ $Ker(s) \subset Ker(t)$ แล้ว $Ss = St$
   (4) ทุก $s \in S$ ถ้า $s(M)$ เป็นซิมเพิลและ $\gamma : s(M) \to M$ เป็นโฮโมมอร์ฟิซึม แล้ว $\gamma s \in Ss$
   (5) ทุก $s, t \in S$ ที่ $s(M)$ เป็นซิมเพิล $l_S(Im(t) \cap Ker(s)) = l_S(Im(t)) + Ss$

5. ให้ M เป็นเซลฟ์-เจเนอเรเตอร์ R-มอดูลทางขวา และ $S=End(M)$ แล้วข้อความต่อไปนี้สมมูลกัน
   (1) M เป็นควอซี-มินอินเจคทีฟ
   (2) $Hom_R(N,M)$ เป็นศูนย์หรือไม่ก็เป็น ซิมเพิล S-มอดูลทางซ้าย ทุกซิมเพิลซับมอดูล N ของ M
   (3) $l_S(T)$ เป็นศูนย์หรือไม่ก็เป็นซิมเพิลไอดีลทางซ้ายของ S ทุกแมกซิมัลสับมอดูล T ของ M

6. ให้ M เป็นเซลฟ์-เจเนอเรเตอร์ ควอซี-มินอินเจคทีฟ R-มอดูลทางขวาและเป็น Kasch มอดูล พิจารณาการส่ง

$$\theta : T \rightarrow l_S(T)$$

จากเซตของแมกซิมัลสับมอดูล T ของ M ไปยังเซตของซิมเพิลไอดีลทางซ้ายของ S= End(M) แล้วจะได้ว่า

(1) θ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง และ

(2) ถ้า M มีตัวก่อกำเนิดจำกัดจำนวน แล้ว θ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งทั่วถึง ก็ต่อเมื่อ $l_S r_M(K) = K$ ทุกซิมเพิลไอดีลทางซ้าย K ของ S ในกรณีนี้ θ^{-1} ถูกกำหนดโดย $K \rightarrow r_M(K)$

7. ให้ N,M เป็น R-มอดูลทางขวา และ S=End(M) ถ้า S-มอดูลทางขวา $Hom_R(M,N)$ เป็นมินอินเจคทีฟ และ M เป็นเซมิ-โพรเจคทีฟ แล้ว N เป็น M-มินอินเจคทีฟ

8. ให้ M เป็น เซมิ-โพรเจคทีฟ เซลฟ์-เจเนอเรเตอร์ R-มอดูลทางขวาและ S=End(M) ถ้า R-มอดูลทางขวา N เป็น M-มินอินเจคทีฟ แล้ว S-มอดูลทางขวา $Hom_R(M,N)$ เป็นมินอินเจคทีฟ

Thesis Title	On Quasi-Principally Injective Modules and Quasi-Mininjective Modules
Author	Mr. Somchit Chotchaisthit
Ph.D.	Mathematics

Examining Committee	Prof. Dr. Sompong Dhompongsa	Chairman
	Assoc. Prof. Jintana Sanwong	Member
	Dr. Piyapong Niamsup	Member
	Asst. Prof. Dr. Mark Edwin Hall	Member
	Asst. Prof. Dr. Ajchara Harnchoowong	Member

ABSTRACT

Let R be a ring and M a right R-module. A right R-module N is called *M-principally injective* if every homomorphism from an M-cyclic submodule of M to N can be extended to M. A right R-module M is called *quasi-principally injective* if it is M-principally injective. We extend this notion to mininjective modules. A right R-module N is called *M-mininjective* if every homomorphism from a simple M-cyclic submodule of M to N can be extended to M. A right R-module M is called *quasi-mininjective* if it is M-mininjective. In this thesis, we have the main results:

1. *Let M be a uniserial right R-module which is a self-generator and $S =$* $\mathrm{End}(M)$. *Then the following conditions are equivalent:*

(1) M is quasi-principally injective;

(2) S is left uniserial and $J(S) = \{s \in S \mid \mathrm{Ker}(s) \trianglelefteq M\}$;

(3) S is left uniserial and for any $s \in S$, either $Ss = S$ or $\mathrm{Ker}(s) \trianglelefteq M$.

2. *Let M be a finitely generated, quasi-projective, serial right R-module which is a self-generator and $\{e_i \mid i = 1, \ldots, n\}$ a complete set of primitive orthogonal idempotents of $S = \mathrm{End}(M)$. Then the following conditions are equivalent:*

(1) *M is quasi-principally injective;*

(2) $J(S) = \{s \in S \mid \mathrm{Ker}(s) \trianglelefteq M\}$ *and S is left serial;*

(3) *S is a left serial ring and for any pair $i, j \leq n$ and any $s \in S$ such that $0 \neq e_i s e_j \in \mathrm{Rad}(Se_j)$, there exist an integer $k \leq n$ and an element $t \in S$ such that $e_j t e_k \neq 0$ and $e_i s e_j t e_k = 0$;*

(4) *S is right self-principally injective.*

3. *Suppose that M is a projective, semiperfect, duo, quasi-principally injective module. If M is a self-generator, then M is a continuous module.*

4. *Let M be a right R-module and $S = \mathrm{End}(M)$. Then the following conditions are equivalent:*

(1) *M is quasi-mininjective;*
(2) *For all $s \in S$, if $s(M)$ is simple, then $\ell_S(\mathrm{Ker}(s)) = Ss$;*
(3) *For all $s, t \in S$ with $t \neq 0$, if $s(M)$ is simple and $\mathrm{Ker}(s) \subset \mathrm{Ker}(t)$, then $Ss = St$;*
(4) *For all $s \in S$, if $s(M)$ is simple and $\gamma : s(M) \to M$ is a homomorphism, then $\gamma s \in Ss$;*
(5) *For all $s, t \in S$ with $s(M)$ simple, $\ell_S(\mathrm{Im}(t) \cap \mathrm{Ker}(s)) = \ell_S(\mathrm{Im}(t)) + Ss$.*

5. *Let M be a right R-module which is a self generator and $S = \mathrm{End}(M)$. Then the following conditions are equivalent:*

(1) *M is quasi-mininjective;*
(2) $\mathrm{Hom}_R(N, M)$ *is either zero or a simple left S-module for all simple submodules N of M;*
(3) *$\ell_S(T)$ is either zero or a simple left ideal of S for all maximal submodules T of M.*

6. *Let M be a quasi-mininjective module which is a self-generator and a Kasch module. Consider the mapping*

$$\theta : T \mapsto \ell_S(T)$$

from the set of maximal submodules T of M to the set of simple left ideals of $S = \mathrm{End}(M)$. Then we have

(1) θ is one-to-one, and

(2) if M is finitely generated, then θ is a bijection if and only if $\ell_S r_M(K) = K$ for all simple left ideals K of S, in which case θ^{-1} is given by $K \mapsto r_M(K)$.

7. *Let N and M be right R-modules and $S = \mathrm{End}(M)$. If $\mathrm{Hom}_R(M, N)$ is mininjective as a right S-module and M is semi-projective, then N is M-mininjective.*

8. *Let M be a semi-projective module which is a self-generator and $S = \mathrm{End}(M)$. If a right R-module N is M-mininjective, then $\mathrm{Hom}_R(M, N)$ is mininjective as a right S-module.*