ชื่อเรื่องการค้นคว้าแบบอิสระเชิงวิทยานิพนธ์ ทฤษฎีบทการขยายสำหรับการดำเนินการเชิงเส้นที่มีขอบเขตบนปริภูมินอร์ม

ชื่อผู้เขียน นายสะอาด อยู่เย็น

วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์

คณะกรรมการสอบการค้นคว้าแบบอิสระเชิงวิทยานิพนธ์

อาจารย์ ดร. สุเทพ สวนใต้	ประธานกรรมการ
ศาสตราจารย์ ดร. สมพงษ์ ธรรมพงษา	กรรมการ
อาจารย์ อำนวย ขนันไทย	กรรมการ

บทคัดย่อ

ให้ Z เป็นปริภูมิย่อยของปริภูมินอร์ม X , Y เป็นปริภูมิบานาค และ $T : Z \dashrightarrow Y$ เป็นการดำเนินการเชิงเส้นที่มีขอบเขต จุดประสงค์แรกของงานวิจัยนี้ เพื่อสร้างการขยายเชิงเส้นของ T เมื่อ (i) Z เป็นปริภูมิย่อยที่หนาแน่นในปริภูมิ X (ii) Y = bs และ (iii) $Y = nc_\infty$

จุดประสงค์ที่สองของงานวิจัยนี้เพื่อนำเอาทฤษฎีบทการขยายที่ได้ในส่วนแรกมาหาลักษณะของเมทริกซ์อนันต์ A ซึ่ง $A : X \dashrightarrow Y$ เมื่อ $X = \ell$, c_o , c หรือ ℓ_∞ และ $Y = \ell_\infty$, bs หรือ nc_∞

จากการศึกษานี้พบว่า (i) ถ้า Z เป็นปริภูมิย่อยที่หนาแน่นในปริภูมินอร์ม X , Y เป็นปริภูมิบานาค และ $T : Z \dashrightarrow Y$ เป็นการดำเนินการเชิงเส้นที่มีขอบเขต แล้วจะมี $\bar{T}:X \dashrightarrow Y$ โดยที่ $\bar{T}$ เป็นการขยายเชิงเส้นของ T และ $\|T\| = \|\bar{T}\|$ (ii) ถ้า Z เป็นปริภูมิย่อยของปริภูมินอร์ม X , Y = bs หรือ nc_∞ และ $T : Z \dashrightarrow Y$ เป็นการดำเนินการเชิงเส้นที่มีขอบเขตแล้ว จะมี $\bar{T} : X \dashrightarrow Y$ โดยที่ $\bar{T}$ เป็นการขยายเชิงเส้นของ T และ $\|T\| = \|\bar{T}\|$ (iii) สำหรับเมทริกซ์อนันต์ A จะได้ว่า $A : \ell \dashrightarrow \ell_\infty$ ก็ต่อเมื่อ $\sup_{n,k} |A_{nk}| < \infty$ (iv) สำหรับ

เมทริกซ์อนันต์ A จะได้ว่า $A : X \dashrightarrow \ell_\infty$ ก็ต่อเมื่อ $\sup_{n\geq 1} \sum_{k=1}^{\infty} |A_{nk}| < \infty$ เมื่อ $X = c_o$, c หรือ ℓ_∞ (v) สำหรับเมทริกซ์อนันต์ A จะได้ว่า $A : \ell \dashrightarrow bs$ ก็ต่อเมื่อ $\sup_{n,k} |\sum_{i=1}^{n} A_{ik}| < \infty$ (vi) สำหรับเมทริกซ์อนันต์ A จะได้ว่า $A : X \dashrightarrow bs$ ก็ต่อเมื่อ $\sup_{n\geq 1} \sum_{k=1}^{\infty} |\sum_{i=1}^{n} A_{ik}| < \infty$ เมื่อ $X = c_o$, c หรือ ℓ_∞ (vii) สำหรับเมทริกซ์อนันต์ A จะได้ว่า $A : \ell \dashrightarrow nc_\infty$ ก็ต่อเมื่อ $\sup_{n,k} |\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} A_{ik}| < \infty$ (viii) สำหรับเมทริกซ์อนันต์ A จะได้ว่า $A : X \dashrightarrow nc_\infty$ ก็ต่อเมื่อ $\sup_{n\geq 1} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{\infty} |\sum_{i=1}^{n} A_{ik}| < \infty$ เมื่อ $X = c_o$, c หรือ ℓ_∞

Research Title : Extension Theorems for Bounded Linear Operators on Normed Spaces

Auther : Mr. Saard Youyen

M.S. : Teaching Mathematics

Examining Committee :

Lect.Dr.Sutep Suantai	Chairman
Prof.Dr.Sompong Dhompongsa	Member
Lect.Amnuay Kananthai	Member

Abstract

Let Z be a subspace of a normed space X and Y a Banach space and let T : Z ---> Y be bounded linear operator. The first purpose of this thesis is to study that T can be extended to be a bounded linear operator on X where (i) Y be a dense subspace of X (ii) Y = bs and (iii) Y = nc_∞

The second purpose is to characterized matrix transformations from X into Y where X = ℓ , c_o , c or ℓ_∞ and Y = ℓ_∞ , bs or nc_∞.

The study shows that (i) If Z be a dense subspace of a normed spaec X , Y a Banach space and T:Z--->Y a bounded linear operator then there exists a bounded linear operator $\bar{T}$:X--->Y such that $\bar{T}$ is a linear extension of T and $\|T\| = \|\bar{T}\|$ (ii) If Z be a subspace of a normed spaec X , Y = bc or nc_∞ and T : Z ---> Y a bounded linear operator then there exists a bounded linear operator $\bar{T}$: X---> Y such that $\bar{T}$ is a linear extension of T and $\|T\| = \|\bar{T}\|$ (iii) For an infinite matrix A ,A:ℓ--->ℓ_∞

if and only if $\sup_{n,k} |A_{nk}| < \infty$ (iv) For an infinite matrix A , A $:X \dashrightarrow \ell_\infty$ if and only if $\sup_{n\geq 1} \sum_{k=1}^{\infty} |A_{nk}| < \infty$ where $X = c_o$, c or ℓ_∞ (v) For an infinite matrix A , A : $\ell \dashrightarrow bs$ if and only if $\sup_{n,k} | \sum_{i=1}^{n} A_{ik} | < \infty$ (vi) For an infinite matrix A , A $:X \dashrightarrow bs$ if and only if $\sup_{n\geq 1} \sum_{k=1}^{\infty} | \sum_{i=1}^{n} A_{ik} | < \infty$ where $X = c_o$, c or ℓ_∞ (vii) For an infinite matrix A , A : $\ell \dashrightarrow nc_\infty$ if and only if $\sup_{n,k} |\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} A_{ik}| < \infty$ (viii) For an infinite matrix A ,$A:X \dashrightarrow nc_\infty$ if and only if $\sup_{n\geq 1} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{\infty} | \sum_{i=1}^{n} A_{ik} | < \infty$ where $X = c_o$, c or ℓ_∞