ชื่อเรื่องวิทยานิพนธ์	ปริภูมิธีต้า-เออริดิวซิเบิ้ล
ชื่อผู้เขียน	นายสมเกียรติ พาน้อย
วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต	สาขาวิชาคณิตศาสตร์
คณะกรรมการตรวจสอบวิทยานิพนธ์	ศ.ดร.สมพงษ์ ธรรมพงษา ประธานกรรมการ
	ผศ.จินตนา แสนวงศ์ กรรมการ
	อ.รุ่งนภา ภักดีสู่สุข กรรมการ

บทคัดย่อ

จุดมุ่งหมายของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เพื่อหาคุณสมบัติของปริภูมิธีต้า-เออริดิวซิเบิ้ลและความสัมพันธ์ระหว่างปริภูมิธีต้า-เออริดิวซิเบิ้ลกับปริภูมิเออริดิวซิเบิ้ล ต่อจากนั้นเป็นการหาเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอที่ทำให้ฟังก์ชันมีความต่อเนื่องแบบธีต้า พร้อมทั้งหาความสัมพันธ์ระหว่างการเป็นฟังก์ชันต่อเนื่องแบบธีต้า และฟังก์ชันต่อเนื่องธรรมดา จากการศึกษาพบว่า

1. สำหรับปริภูมิเชิงโทโพโลยี (X, τ) และสับเซต A, B ของ X จะได้ว่า

   1.1 $\operatorname{int} A$ เป็นเซตเรกูลาร์-เปิด ถ้า A เป็นเซตปิด

   1.2 $Cl_\theta(A \cap B) \subset Cl_\theta A \cap Cl_\theta B$

   1.3 $Cl_\theta(A \cup B) = Cl_\theta A \cup Cl_\theta B$

   1.4 $Cl_\theta A = \bar{A}$ ถ้า A เป็นเซตเปิด

   1.5 $Cl_\theta(X - Cl_\theta A) = X - \operatorname{int}(Cl_\theta A)$

   1.6 ถ้า X เป็นปริภูมิยูชวล R แล้ว $Cl_\theta A = \bar{A}$

2. สำหรับกลุ่ม $\{X_i / i \in I\}$ ของปริภูมิเชิงโทโพโลยี เมื่อ I เป็นเซตดัชนี $\prod_{i \in I} X_i$ จะเป็นธีต้า-เออริดิวซิเบิ้ล ก็ต่อเมื่อ X_i เป็นธีต้า-เออริดิวซิเบิ้ล ทุก ๆ $i \in I$

3. สำหรับปริภูมิเออริดิวซิเบิ้ล (X, τ) และสับเซตหนาแน่น D ของ X จะได้ปริภูมิย่อย (D, τ_D) เป็นธีต้า-เออริดิวซิเบิ้ล

4. คุณสมบัติธีต้า-เออริดิวซิเบิ้ลเป็นโทโพโลจิคัลอินแวเรียนท์ แต่ไม่มีคุณสมบัติโทโพโลจิคัลเฮริดิทารี

5. สำหรับปริภูมิเชิงโทโพโลยี (X, τ_X) และ (Y, τ_Y) และฟังก์ชัน f จาก (X, τ_X) ไปยัง (Y, τ_Y) ที่เป็นฟังก์ชัน 1-1, ฟังก์ชันปิดและเปิด ถ้า (Y, τ_Y) เป็นธีต้า-เออริดิวซิเบิ้ล แล้ว (X, τ_X) เป็นธีต้า-เออริดิวซิเบิ้ล

6. สำหรับปริภูมิเชิงโทโพโลยี (X, τ) จะได้ว่า (X, τ) เป็นธีต้า-เออริดิวซิเบิ้ล ก็ต่อเมื่อ (X, τ) ขาดตอนสุดขีดแบบธีต้า และสำหรับแต่ละฟังก์ชันต่อเนื่องค่าจริงบน X เป็นฟังก์ชันคงที่

7. ปริภูมิเรกูลาร์ (X, τ) เออริดิวซิเบิ้ง ก็ต่อเมื่อ (X, τ) ธีต้า-เออริดิวซิเบิ้ล

8. สำหรับปริภูมิเชิงโทโพโลยี (X, τ_X) และ (Y, τ_Y) และฟังก์ชัน f จาก (X, τ_X) ไปยัง (Y, τ_Y) ข้อความต่อไปนี้สมมูลกัน

8.1 f ต่อเนื่องแบบธีต้าบน X

8.2 สำหรับแต่ละ $x \in X$ และเซตเรกูลาร์-เปิด V ใน Y ที่ $f(x) \in V$ จะมีเซตเรกูลาร์-เปิด U ใน X ที่ $x \in U$ และ $f(\bar{U}) \subset \bar{V}$

8.3 $f(Cl_\theta A) \subset Cl_\theta f(A)$ สำหรับแต่ละสับเซต A ของ X

8.4 $Cl_\theta f^{-1}(B) \subset f^{-1}(Cl_\theta B)$ สำหรับแต่ละสับเซต B ของ Y

9. สำหรับปริภูมิเชิงโทโพโลยี (X, τ_X) และ (Y, τ_Y) และฟังก์ชันเปิด f จาก (X, τ_X) ไปยัง (Y, τ_Y) จะได้ว่า f ต่อเนื่องแบบธีต้า ก็ต่อเมื่อ $f^{-1}(Cl_\theta V)$ เป็นเซตปิดใน X สำหรับแต่ละเซตเปิด V ใน Y

10. สำหรับปริภูมิเรกูลาร์ (X, τ_X) และ (Y, τ_Y) และฟังก์ชัน f จาก (X, τ_X) ไปยัง (Y, τ_Y) จะได้ว่า f ต่อเนื่องแบบธีต้า ที่ $a \in X$ ก็ต่อเมื่อ f ต่อเนื่อง ที่ a

Thesis Title Theta-Irreducible Spaces

Author Mr. Somkiat Panoi

M.S. Mathematics

Examining Committee

Prof.Dr.Sompong	Dhompongsa	Chairman
Assist.Jintana	Saenwong	Member
Lecturer Roongnapa	Pakdeesusuk	Member

Abstract

The purpose of this thesis is to find some properties of a theta-irreducible space and relations between that space and an irreducible one, to find neccessary and sufficient conditions for a function to be theta-continuous, and to find relations between theta-continuity and ordinary continuity of a function.

The study shows that :

1. For a topological space (X, τ) and subsets A and B of X we have

1.1 int A is regular − open if A is closed,

1.2 $Cl_\theta(A \cap B) \subset Cl_\theta A \cap Cl_\theta B$,

1.3 $Cl_\theta(A \cup B) = Cl_\theta A \cup Cl_\theta B$,

1.4 $Cl_\theta A = \bar{A}$ if A is open,

1.5 $Cl_\theta(X - Cl_\theta A) = X - \text{int}(Cl_\theta A)$,

1.6 if X is the usual space R then $Cl_\theta A = \bar{A}$.

2. For a collection $\{X_i \,/\, i \in I\}$ of topological spaces when I is an index set, $\prod_i X_i$ is theta-irreducible if and only if X_i is theta-irreducible for all $i \in I$.

3. For an irreducible space (X, τ) and a dense subset D of X we have the subspace (D, τ_D) is theta -irreducible.

4. Theta-irreducibility is topological invariant but not topological hereditary.

5. For topological spaces (X, τ_X) and (Y, τ_Y) and a 1-1, closed and open function f from (X, τ_X) into (Y, τ_Y), if (Y, τ_Y) is theta-irreducible then (X, τ_X) is theta-irreducible.

6. For a topological space (X, τ) we have (X, τ) is irreducible if and only if (X, τ) is extremally theta-disconnected and every real valued continuous function on X is a constant function.

7. A regular topological space (X, τ) is irreducible if and only if (X, τ) is theta-irreducible

8. For topological spaces (X, τ_X) and (Y, τ_Y) and a function f from (X, τ_X) into (Y, τ_Y) the followings are equivalent :

8.1 f is theta - continuous on X.

8.2 For each $x \in X$ and each regular - open set V in Y containing $f(x)$, there exists a regular - open set U in X containing x with $f(\overline{U}) \subset \overline{V}$.

8.3 $f(Cl_\theta A) \subset Cl_\theta f(A)$ for each subset A of X.

8.4 $Cl_\theta f^{-1}(B) \subset f^{-1}(Cl_\theta B)$ for each subset B of Y.

9. For topological spaces (X, τ_X) and (Y, τ_Y) and an open function f from (X, τ_X) into (Y, τ_Y), f is theta-continuous if and only if $f^{-1}(Cl_\theta V)$ is closed in X for every open set V in Y.

10. For regular topological spaces (X, τ_X) and (Y, τ_Y) and a function f from (X, τ_X) into (Y, τ_Y), f is theta-continuous at a point a in X if and only if f is continuous at a.