บทที่ 2
แนวคิดทฤษฎีและเอกสารที่เกี่ยวข้อง

2.1 แนวคิดและทฤษฎีทางเศรษฐศาสตร์

การศึกษาครั้งนี้เป็นการศึกษาถึงความสัมพันธ์ระหว่างการใช้จ่ายของภาครัฐบาลและผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศมีแนวคิด ทฤษฎีทางเศรษฐศาสตร์มหภาคได้แก่การเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของ Solow และทฤษฎีเกี่ยวกับการใช้จ่ายภาครัฐและวิธีการทางเศรษฐมิติที่เกี่ยวข้องกับการศึกษา ดังนี้

2.1.1 ทฤษฎีการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของ Solow (The Solow growth model)

The Solow growth model มีจุดกำเนิดจากการเสนอแบบจำลองของ Robert Solow และ Trevor Swan ในปี 1956 โดยใช้แนวคิดเรื่องสมการการผลิตที่มีผลตอบแทนต่อขนาดคงที่ (Constant Returns to Scale) ผลตอบแทนต่อการใช้ปัจจัยการผลิตมีลักษณะลดน้อยถอยลง (Diminishing Returns to each Input) และปัจจัยการผลิตสามารถทดแทนกันได้อย่างต่อเนื่องตามสมมติฐานของนักเศรษฐศาสตร์สำนักนีโอคลาสสิก ในแบบจำลองนี้ Solow แสดงให้เห็นว่าการเจริญเติบโตในทุน (Capital) แรงงาน (Labour) และความก้าวหน้าทางเทคโนโลยีส่งผลอย่างไรต่อผลผลิต จากฟังก์ชันการผลิตแสดงให้เห็นว่าการเจริญเติบโตในทุน (Capital) แรงงาน (Labour) และความก้าวหน้าทางเทคโนโลยีส่งผลอย่างไรต่อผลผลิต (Robert, S. and T.W. Swan, 1956)

จากฟังก์ชันการผลิต

$$Y_t = A_t F(K_t, L_t) \tag{2.1}$$

สามารถเขียนให้อยู่ในรูปผลผลิตต่อหัวเป็น

$$y_t = A_t f(k_t) \tag{2.2}$$

โดยที่ Y_t คือ ผลผลิตทั้งหมดที่ผลิตได้ ณ เวลา t

K_t คือ ทุน (Capital) ณ เวลา t

L_t คือ แรงงาน (Labour) ณ เวลา t

y_t คือ ผลผลิตต่อประชากร ณ เวลา t

k_t คือ ทุนต่อประชากร ณ เวลา t

A_t คือ เทคโนโลยี (Technology) และปัจจัยอื่นๆ ณ เวลา t

ผลของการใช้จ่ายของภาครัฐบาลที่มีต่อปริมาณการผลิตและอัตราการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจสามารถจำแนกเป็น 2 ประเภทตามลักษณะการใช้จ่ายของภาครัฐบาล (G) ดังนี้

ก. การใช้จ่ายของภาครัฐบาลเพื่อการบริโภค (Gc) หมายถึงการใช้จ่ายเพื่อการบริหารงานประจำได้แก่ รายจ่ายประเภทเงินเดือน ค่าจ้าง และค่าใช้จ่ายในการซื้อบริการและสิ่งของที่ไม่เป็นสินทรัพย์ประเภททุนหรือไม่ก่อให้เกิดผลผลิตโดยตรง (Unproductive Government Spending)

สมมติให้รัฐบาลอยู่ในระบบเศรษฐกิจตลาดแข่งขันสมบูรณ์ ดังนั้นแหล่งที่มาการใช้จ่ายของรัฐบาลไม่มีการผลิตและการสะสมทุนข้อจำกัดทางทรัพยากรของระบบเศรษฐกิจ คือ

$$c_t + i_t + g_t = y_t = f(k_t) \tag{2.3}$$

โดยที่ $f(k_t)$ คือ ฟังก์ชันการผลิตที่ขึ้นกับทุนต่อประชากร ณ เวลา t

y_t คือ ผลผลิตต่อประชากร ณ เวลา t

g_t คือ การใช้จ่ายของรัฐบาลเพื่อการบริโภค ณ เวลา t

i_t คือ การลงทุนต่อประชากร ณ เวลา t

c_t คือ การบริโภคต่อประชากร ณ เวลา t

ตามกฎของการสะสมทุนของระบบเศรษฐกิจมวลรวมโดยสินค้าทุนต่อประชากรจะมีเปลี่ยนแปลงไป ณ เวลาที่ t เป็น $t + 1$ ซึ่งจะขึ้นอยู่กับอัตราเสื่อมสภาพของสินค้าทุน δ และอัตราการเพิ่มขึ้นของจำนวนประชากร n จึงสามารถเขียนสมการสินค้าต่อประชากร ดังนี้

$$k_{t+1} = (1 - \delta + n)k_t + i_t \tag{2.4}$$

จะได้ $$k_{t+1} - k_t = -(\delta + n)k_t + i_t \tag{2.5}$$

เนื่องจาก $$f(k_t) = c_t + i_t + g_t \tag{2.6}$$

ดังนั้น $$i_t = f(k_t) - c_t - g_t \tag{2.7}$$

แทนค่าสมการ (2.7) ลงในสมการ (2.5) จะได้สมการพลวัตของสินค้าทุนต่อประชากรดังนี้

$$k_{t+1} - k_t = f(k_t) - (\delta + n)k_t - c_t - g_t \qquad (2.8)$$

โดยที่ k_{t+1} และ k_t	คือ	ทุนต่อประชากร ณ เวลา t+1 และ t
δ	คือ	อัตราการเสื่อมสภาพของสินค้าทุน
n	คือ	อัตราการเพิ่มขึ้นของจำนวนประชากร

เนื่องจากการใช้จ่ายของภาครัฐบาลจะขึ้นอยู่กับสัดส่วนการจัดเก็บภาษีรายได้ ในอัตรา $\tau \geq 0$ ดังนั้นการใช้จ่ายของภาครัฐบาลจะเป็น

$$g_t = \tau y_t \qquad (2.9)$$

รายได้สุทธิหลังหักภาษีของครัวเรือนคือ $(1-\tau)\, y_t$ โดยสมมติให้สัดส่วนการบริโภคและการลงทุนเป็น $(1-s)$ และ s ของรายได้สุทธิหลังหักภาษี

$$c_t = (1-s)(y_t - g_t) \qquad (2.10)$$

$$i_t = s(y_t - g_t) \qquad (2.11)$$

ดังนั้น สมการพลวัตของสินค้าทุนสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\gamma_t = \frac{k_{t+1} - k_t}{k_t} = s(1-\tau)\emptyset(k_t) - (\delta + n) \qquad (2.12)$$

ซึ่ง $\emptyset(k_t) \equiv f(k)/k$ เมื่อกำหนดให้ s และ k_t คงที่อัตราการเจริญเติบ γ_t ลดลงตาม τ

ที่ Steady state สำหรับค่า $\tau \in [0,1)$ จะเกิดขึ้นเมื่อ

$$k^* = \emptyset^{-1}\left(\frac{\delta + n}{s(1-\tau)}\right) \qquad (2.13)$$

เมื่อกำหนดให้ s คงที่ k^* จะลดลงตาม τ

ข. การใช้จ่ายของภาครัฐบาลเพื่อการลงทุน (Gi) หมายถึงการใช้จ่ายเพื่อจัดซื้อครุภัณฑ์ค่าที่ดินและสิ่งก่อสร้าง ซึ่งเป็นรายจ่ายเพื่อการสะสมทุนและเป็นรายจ่ายที่ก่อให้เกิดผลผลิตโดยตรง (Productive Government Spending)

สมมติให้ฟังก์ชันการผลิตอยู่ในรูป

$$y_t = f(k_t, g_t) = {k_t}^{\alpha}{g_t}^{\beta} \tag{2.14}$$

โดยที่ $\alpha > 0, \beta > 0$ และ $\alpha + \beta < 1$ ดังนั้นการใช้จ่ายของรัฐบาลประเภทนี้ใช้แสดงถึงโครงสร้างพื้นฐานหรือบริการด้านการผลิตอื่นๆทำให้ข้อจำกัดทางด้านทรัพยากร คือ

$$c_t + i_t + g_t = y_t = f(k_t, g_t) \tag{2.15}$$

สมมติให้การใช้จ่ายของภาครัฐบาลเก็บภาษีตามสัดส่วนของรายได้ในอัตรา τ ส่วนการบริโภคและการลงทุนของภาคเอกชนเป็นสัดส่วน $(1-s)$ และ s ของรายได้สุทธิหลังหักภาษีของภาคครัวเรือนจะได้ว่า

$$g_t = \tau y_t \tag{2.16}$$

$$c_t = (1-s)(y_t - g_t) \tag{2.17}$$

$$i_t = s(y_t - g_t) \tag{2.18}$$

แทนค่าสมการ (2.16) ลงในสมการ (2.14) จะได้

$$y_t = {k_t}^{\frac{\alpha}{1-\beta}}\tau^{\frac{\beta}{1-\beta}} \equiv {k_t}^{a}\tau^{b} \tag{2.19}$$

ซึ่ง $a \equiv \frac{\alpha}{(1-\beta)}$ และ $b \equiv \frac{\beta}{(1-\beta)}$

ดังนั้น อัตราการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจจะเท่ากับ

$$\gamma_t = \frac{k_{t+1} - k_t}{k_t} = s(1-\tau)\tau^{b}{k_t}^{a-1} - (\delta + n) \tag{2.20}$$

ที่ Steady state $k^* = \left(\frac{s(1-\tau)\tau^{b}}{\delta+n}\right)^{1/(1-\alpha)}$ (2.21)

พิจารณาอัตรา τ ที่ทำให้ k^* หรือ γ_t สูงที่สุดสำหรับ k_t ใดๆ

จากการทำ 1st difference $\frac{d}{d^\tau}\left[(1-\tau)\tau^b\right] = 0$ (2.22)

จากสมการ (2.22) จะได้

$$b\tau^{b-1} - (1+b)\tau^b = 0 \quad (2.23)$$

และจากสมการ (2.23) จะได้

$$\tau = \frac{b}{(1+b)} = \beta \quad (2.24)$$

ดังนั้น ค่า τ ที่ทำให้ k^* หรือ γ_t สูงที่สุดจะมีค่าเท่ากับค่าความยืดหยุ่นของการผลิตต่อการใช้จ่ายของภาครัฐบาลนั่นคือ เมื่อผลิตภาพของการใช้จ่ายของภาครัฐบาลสูงขึ้นก็จะทำให้จำนวนสินค้าทุนและอัตราการเจริญเติบโตของเศรษฐกิจสูงขึ้น

2.1.2 ทฤษฎีเกี่ยวกับการใช้จ่ายภาครัฐบาล

ก. สมมติฐานของวากเนอร์ (Wagner's Law of Increasing State Activities)

AdolophWagner (1883)ได้ทำการศึกษาถึงบทบาทเกี่ยวกับการใช้จ่ายของภาครัฐบาลเยอรมันนีจากประวัติศาสตร์ แล้วทำการตั้งเป็นกฎเกี่ยวกับการขยายบทบาทของรัฐบาลเรียกว่า Law of Increasing State Activities หรือที่เรียกกันว่า “Wagner's Law” ซึ่งในกฎของวากเนอร์นั้นได้กล่าวไว้ว่า ถ้าในระบบเศรษฐกิจที่รัฐมีกิจกรรมด้านเศรษฐกิจมาก การใช้จ่ายของภาครัฐบาลก็จะมีบทบาทในระบบเศรษฐกิจมากขึ้นด้วยเช่นกันโดยในการศึกษาของวากเนอร์นั้นได้ทำการศึกษาการใช้จ่ายของรัฐบาลออกเป็น 4 หมวดใหญ่ (เกริกเกียรติพิพัฒน์เสรีธรรม, 2538) ประกอบด้วย

1. หน้าที่ต่างๆ ที่รัฐบาลเคยปฏิบัติแต่ดั้งเดิม เช่น การป้องกันประเทศ การรักษาความสงบภายในและการจัดระเบียบของสังคมนั้นจะมีขอบข่ายของการทำงานกว้างขึ้นและจริงจังมากขึ้นทั้งนี้เนื่องจากเศรษฐกิจและสังคมได้เจริญเติบโตและมีความสลับซับซ้อนมากขึ้นส่งผลให้การใช้จ่ายของภาครัฐบาลในการจัดการบริหารต่างๆเหล่านี้มีต้นทุนที่สูงขึ้น ประกอบกับระดับราคาสินค้าต่างๆ นั้นมีราคาแพงขึ้นอย่างต่อเนื่อง ดังนั้น การใช้จ่ายของภาครัฐบาลจำเป็นที่จะต้องเพิ่มขึ้นอย่างที่ไม่สามารถหลีกเลี่ยงได้

2. ขอบเขตการบริหารงานทั่วไปของภาครัฐบาลทุกระดับมักจะขยายใหญ่ขึ้นอย่างต่อเนื่อง ทำให้รัฐบาลจะต้องมีการผลิต การบริการใหม่ๆเพื่อตอบสนองต่อความต้องการของ

ประชาชนที่เพิ่มขึ้นและตามสภาพทางเศรษฐกิจและสังคมที่เปลี่ยนแปลงไปตัวอย่างเช่นรัฐบาลสมัยใหม่มักจะต้องให้สวัสดิการแก่ประชาชนมากขึ้นหรือจะต้องเข้ามาแก้ไขปัญหาเศรษฐกิจ สังคม สิ่งแวดล้อมที่เป็นพิษหรือป้องกันการเอารัดเอาเปรียบของธุรกิจเป็นต้น

3. การพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศ รัฐบาลจะต้องเข้าไปมีส่วนร่วมในทุกกิจกรรม ไม่ว่าจะเป็นทางเศรษฐกิจ สังคม สาธารณูปโภคต่างๆ เพื่อรองรับการขยายตัวทางเศรษฐกิจของประเทศ ซึ่งทำให้บทบาทและเศรษฐกิจของรัฐบาลขยายใหญ่ขึ้น

4. นอกจากที่กล่าวมาแล้วก็มีปัจจัยอื่นๆอีกมากมายที่ทำให้รัฐบาลจะต้องขยายบทบาทการทำงานหรือการบริการของตนเองมากขึ้น เช่น การเพิ่มขึ้นของประชากรและการที่ประชาชนอพยพเข้ามาอยู่ในเมืองมากขึ้นหรือการขยายของแหล่งชุมชนเหล่านี้เป็นต้น

ข้อสรุปของวากเนอร์ (Wagner's Law) ดังกล่าวเป็นการศึกษาที่พิจารณาการเปลี่ยนแปลงการใช้จ่ายของภาครัฐบาลในช่วงระยะยาวมากกว่าในระยะสั้นซึ่งทั้ง 4 หมวด ดังกล่าวนั้น จะเห็นได้ว่าการใช้จ่ายของภาครัฐบาลจะเพิ่มขึ้นตามการขยายตัวทางเศรษฐกิจของประเทศที่เพิ่มขึ้น หมายความว่าปัจจัยสำคัญที่กำหนดการใช้จ่ายของภาครัฐบาลคือ ผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศ (GDP) นั่นเองดังนั้น ถ้าหากสรุปตามข้อสมมติของวากเนอร์ (Wagner's Law) สามารถเขียนในรูปของฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ได้ ดังนี้

$$G = f(GDP) \tag{2.25}$$

โดยที่ G คือ การใช้จ่ายของภาครัฐบาล
GDP คือ ผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศ

ข. สมมติฐานของ Alan T. Peacock และ Jack Wiseman

Alan T. Peacock และ Jack Wiseman (1961) ได้ทดสอบแนวคิดของ Wagner และพบว่ากฎของ Wagner ยังคงเป็นจริงโดยได้ศึกษาเพิ่มเติมโดยอาศัยข้อมูลของประเทศอังกฤษระหว่างปี ค.ศ.1890 ถึงปี ค.ศ.1955 ผลการศึกษาพบว่าการใช้จ่ายของภาครัฐบาลไม่ได้มีการเพิ่มขึ้นตลอดเวลาอย่างราบรื่น แต่มักจะมีแนวโน้มการเพิ่มขึ้นคล้ายขั้นบันไดซึ่งแล้วแต่เหตุการณ์ที่มากระทบแนวการเพิ่มขึ้นดังกล่าวนั้นดังนั้น Peacock และ Wiseman จึงให้ข้อสังเกตที่สำคัญเกี่ยวกับการใช้จ่ายของภาครัฐบาลว่าแนวโน้มการเพิ่มขึ้นของรายจ่ายสาธารณะอาจจำแนกช่วงของการเปลี่ยนแปลงโดยอาจลำดับขั้นตอนของการเปลี่ยนแปลงได้ (อ้างใน เกริกเกียรติพิพัฒน์เสรีธรรม, 2538) ดังนี้

1. ช่วงระดับการใช้จ่ายขยายตัวสูงขึ้นเมื่อพิจารณาถึงแนวโน้มของการใช้จ่ายและการจัดเก็บภาษีอากรหรือรายได้ของรัฐบาลแล้วปรากฏว่าในบางช่วงระยะเวลารายจ่ายและรายได้

ของรัฐบาลจะอยู่ในลักษณะที่ได้สัดส่วนกัน การเพิ่มขึ้นของรายจ่ายที่สามารถปรับตัวอย่างได้สัดส่วนของรายได้ภาษีอากรนั้นอาจจะเรียกได้ว่าเป็นช่วงที่ระดับรายจ่ายขยับตัวสูงขึ้นตลอดเวลา และรัฐบาลจะต้องพยายามหาทางเพิ่มรายได้ให้พอเพียงกับรายจ่ายที่เพิ่มขึ้น

2. ช่วงของการตรวจสอบค่าใช้จ่าย เมื่อระดับการใช้จ่ายของภาครัฐบาลได้อยู่ในช่วงที่มีระดับการขยับตัวอยู่ระยะหนึ่งแล้ว การเปลี่ยนแปลงของปัจจัยทางเศรษฐกิจและสังคมจะมีผลทำให้การใช้จ่ายของภาครัฐบาลเพิ่มขึ้นรวดเร็วกว่าการเพิ่มขึ้นของรายได้ภาษีอากร ซึ่งทำให้เกิดปัญหาการขาดดุลทางการคลังของรัฐบาล ทำให้ต้องมีการตรวจสอบการใช้จ่ายหรือ Inspection Effect กล่าวคือจะต้องมีการทบทวนหรือตัดทอนรายจ่ายของภาครัฐบาลเพื่อให้สอดคล้องกับรายได้ของรัฐบาล

3. ช่วงของระดับภาษีที่ยอมรับ เมื่อระดับรายจ่ายของภาครัฐบาลเพิ่มขึ้นรวดเร็วกว่ารายได้จากภาษีอากรจนทำให้เกิดปัญหาขาดดุลทางการคลังแล้ว ทั้งรัฐบาลและประชาชนก็จะช่วยกันตรวจสอบนโยบายการใช้จ่ายและการจัดเก็บภาษีใหม่เพื่อให้เหมาะสมกับสภาพเศรษฐกิจหรือสังคมที่ได้มีการเปลี่ยนแปลงไปในการทบทวนนโยบายที่เกี่ยวข้องกับรายได้และการใช้จ่ายดังกล่าวนั้น นอกจากจะมีการทบทวนนโยบายการใช้จ่ายแล้วก็มักจะมีการปรับปรุงการจัดเก็บภาษีเพิ่มขึ้นในระดับที่ประชาชนยอมรับได้ หรือ Tax Tolerance กล่าวคือประชาชนส่วนใหญ่จะยอมให้รัฐบาลเก็บภาษีเพิ่มขึ้นเพื่อเพียงพอกับรายจ่ายที่จำเป็นของภาครัฐบาลที่เพิ่มขึ้น

4. การเพิ่มบทบาทของรัฐบาลกลาง Peacock และ Wiseman กล่าวว่าลักษณะการใช้จ่ายของภาครัฐบาลจะเปลี่ยนแปลงไปตามลำดับขั้นที่กล่าวมานั้น ซึ่งในแนวการเปลี่ยนแปลงจะทำให้รัฐบาลกลางมีบทบาทเพิ่มมากขึ้นเรื่อยๆที่เรียกว่า Concentration Effect ได้ชี้ให้เห็นในกรณีของประเทศอังกฤษระหว่างปีค.ศ.1890 ถึงปี ค.ศ.1955 ที่ได้ทำการศึกษานั้นปรากฏว่าบทบาทของภาครัฐบาลกลางจะเพิ่มมากขึ้นเรื่อยๆส่วนบทบาทของรัฐบาลท้องถิ่นจะลดความสำคัญลง

ค. การใช้จ่ายภาครัฐบาลของ Richard A. Musgrave

Richard A. Musgrave (1989) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับการใช้จ่ายของภาครัฐบาลโดยแบ่งออกเป็น 3 ระยะ คือ

ระยะแรกของการสร้างความเจริญเติบรัฐบาลมีการลงทุนในอัตราส่วนที่สูงเมื่อเปรียบเทียบกับการลงทุนทั้งหมดของระบบเศรษฐกิจ ซึ่งการลงทุนของภาครัฐบาลจะมุ่งไปที่การลงทุนสร้างปัจจัยพื้นฐานทางเศรษฐกิจและสังคม เช่น ถนน ระบบการสื่อสาร การสาธารณสุข กฎหมาย การศึกษา และการลงทุนในด้านการพัฒนาทรัพยากรมนุษย์ การลงทุนของรัฐบาลดังกล่าวเป็นสิ่งจำเป็นในการเร่งพัฒนาเศรษฐกิจจากขั้นแรกไปสู่ขั้นกลางของการพัฒนาเศรษฐกิจและสังคม

ระยะกลางของการสร้างความเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ รัฐบาลให้ความสำคัญกับการลงทุนจัดหาปัจจัยที่เอื้อประโยชน์ต่อการลงทุน (In the middle stages of growth the government continues to supply investment goods) ซึ่งจะมีผลกระตุ้นการขยายตัวของการลงทุนภาคเอกชน

เมื่อระบบเศรษฐกิจเข้าสู่ขั้นการพัฒนาเต็มที่แล้ว รัฐบาลจะเปลี่ยนแปลงจากการใช้จ่ายในด้านการสร้างปัจจัยพื้นฐานทางด้านเศรษฐกิจไปเป็นการใช้จ่ายในด้านการสร้างปัจจัยพื้นฐานทางด้านสังคม คือ การศึกษา สาธารณสุขและสวัสดิการต่างๆเพิ่มขึ้น ส่วนการใช้จ่ายในด้านการบริโภคของรัฐบาลยังคงมุ่งในเรื่องของการรักษาระดับรายได้และการกระจายสวัสดิการสังคมเพิ่มขึ้นโดยการใช้จ่ายดังกล่าวจะมีความสัมพันธ์ไปในทิศทางเดียวกับการใช้จ่ายรวมของรัฐบาลและผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศเมื่อผ่านพ้นระยะเวลาของการพัฒนาไปแล้ว อัตราส่วนการลงทุนทั้งหมดต่อผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศจะเพิ่มขึ้นแต่อัตราส่วนของการลงทุนภาครัฐบาลต่อผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศจะลดลง

2.2 การวิเคราะห์ทางเศรษฐมิติ (Econometric Analysis)

การศึกษาครั้งนี้เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างการใช้จ่ายของภาครัฐบาลและผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศของกลุ่มประเทศในอนุภูมิภาคลุ่มแม่น้ำโขง(GMS)โดยใช้ข้อมูลแบบพาแนล (Panel Data) ดังนั้น แนวคิดและวิธีการทางเศรษฐมิติจะกล่าวถึงข้อมูลพาแนลได้แก่การทดสอบพาแนลยูนิทรูท (Panel Unit Root Test) การทดสอบพาแนลโคอินทิเกรชัน (Panel Cointegration Test) การทดสอบสมการพาแนล (Panel Equation Testing) การประมาณแบบจำลองพาแนล (Panel Estimation Testing) การหาความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะสั้น (Error Correction Mechanism: ECM) และการทดสอบความเป็นเหตุเป็นผล (Granger Causality Test)ดังนี้

2.2.1 ข้อมูลพาแนล (Panel Data)

ข้อมูลพาแนลเป็นข้อมูลที่มีลักษณะของข้อมูลภาคตัดขวาง (Cross-Sectional Data) ร่วมกับข้อมูลอนุกรมเวลา (Time Series Data) เกิดจากการเก็บหน่วยของตัวอย่างชุดเดิมซ้ำๆ หลายครั้ง เช่นบุคคลครัวเรือนและหน่วยธุรกิจภายในช่วงเวลาที่ทำการศึกษาซึ่งข้อดีของการประมาณการโดยใช้ Panel Data Estimation (Baltagi, 2001 และGujarati, 2003) สามารถสรุปได้ ดังนี้

ก.สามารถอธิบายข้อมูลเฉพาะหน่วยที่มีความสัมพันธ์กันแบบข้ามเวลาได้และแก้ปัญหาที่เกิดจากการขาดข้อมูลในบางช่วงเนื่องจากอาจมีข้อจำกัดทางด้านข้อมูล ปัญหาการจัดเก็บข้อมูลหรือแหล่งที่มาของข้อมูล

ข. ให้ผลการประมาณค่าที่มีประสิทธิภาพมากกว่าเนื่องจากเป็นข้อมูลที่มีทั้งข้อมูลภาคตัดขวางและข้อมูลอนุกรมเวลา ไม่ว่าจะเป็นในเรื่องความละเอียด ความหลากหลายของข้อมูล

ความแตกต่างระหว่างค่าความสัมพันธ์ของตัวแปรมีน้อย รวมทั้งมีค่าระดับความเป็นอิสระ (Degree of Freedom) สูงกว่า

ค. อธิบายการเปลี่ยนแปลงแบบพลวัตของข้อมูลที่เกิดจากการสังเกตซ้ำๆ ได้ดี

ง. วัดได้ง่ายและให้ค่าที่ใกล้เคียงความเป็นจริงมากกว่าการประมาณค่าโดยใช้ข้อมูลภาคตัดขวางและข้อมูลอนุกรมเวลาเพียงอย่างใดอย่างหนึ่ง

จ. สามารถใช้วิเคราะห์แบบจำลองที่มีความยุ่งยากซับซ้อนได้ดีกว่า

ฉ. สามารถใช้ได้กับค่าสังเกตที่มีจำนวนมากๆ ได้

นอกจากนี้เหตุผลสำคัญที่ทำให้การใช้ข้อมูลพาแนลในวิเคราะห์มีความได้เปรียบคือ ข้อมูลพาแนลไม่มีข้อจำกัดด้านสมมติฐานและสามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลแต่ละหน่วยข้ามช่วงเวลาได้

แบบจำลองข้อมูลพาแนลแบบทั่วไปในรูปเชิงเส้นสามารถเขียนได้ ดังนี้ (Verbeek,2004)

$$y_{it} = \alpha_i + x'_{it}\beta_{it} + \varepsilon_{it} \tag{2.26}$$

โดยที่	i	คือ	ข้อมูลภาคตัดขวาง $i = 1, \dots, N$
	t	คือ	ข้อมูลอนุกรมเวลา $t = 1, \dots, T$
	y_{it}	คือ	เวกเตอร์ 1×1 ของตัวแปรตาม
	α_i	คือ	จำนวนจริง (ค่าคงที่)
	x'_{it}	คือ	เวกเตอร์ $k \times 1$ ของตัวแปรอธิบาย
	β_{it}	คือ	เวกเตอร์ $k \times 1$ ของค่าสัมประสิทธิ์
	ε_{it}	คือ	ค่าความคลาดเคลื่อน

การประมาณค่าความสัมพันธ์ของแบบจำลองพาแนลขึ้นอยู่กับข้อสมมติเบื้องต้นของค่าคงที่ (α_i) ค่าสัมประสิทธิ์ (β_{it}) และค่าความคลาดเคลื่อน (ε_{it})

ในกรณีทั่วไปนั้นจะสมมติให้ค่าความคลาดเคลื่อน (ε_{it}) มีการแจงแจงเหมือนกันในทุก ๆ หน่วยภาคตัดขวางและช่วงเวลา หมายความว่า ค่าความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และมีค่าความแปรปรวนเท่ากับ σ_ε^2 (Verbeek, 2004)

2.2.2 การทดสอบพาแนลยูนิทรูท (Panel Unit Root Test)

การใช้ข้อมูลพาแนลประมาณความสัมพันธ์ของแบบจำลองนั้นจะต้องมีการทดสอบความนิ่ง (Stationary) ของข้อมูลก่อนเพื่อหลีกเลี่ยงข้อมูลที่มีค่าเฉลี่ย (Mean) และความแปรปรวน

(Variance) ที่ไม่คงที่ในแต่ละช่วงเวลาที่แตกต่างกันเพื่อไม่ให้เกิดปัญหาความสัมพันธ์ที่ไม่แท้จริง (Spurious Regression) จากสมการ AR (1) ของข้อมูลพาแนล

$$y_{it} = \alpha_i + \rho_i y_{it-1} + \varepsilon_{it} \tag{2.27}$$

เปลี่ยนรูปสมการจะได้

$$\Delta y_{it} = \alpha_i + \pi_i y_{it-1} + \varepsilon_{it}\ ;\ \pi_i = \rho_i - 1 \tag{2.28}$$

โดยที่	i	คือ	ข้อมูลภาคตัดขวาง $i = 1, \ldots, N$
	t	คือ	ข้อมูลอนุกรมณ เวลา $t = 1, \ldots, T$
	y_{it}	คือ	เวกเตอร์ 1x1 ของตัวแปรตาม
	π_i	คือ	ค่าสัมประสิทธิ์ของ Autoregressive
	ε_{it}	คือ	ค่าความคลาดเคลื่อน

สมมติฐานที่ใช้ในการทดสอบ คือ

$H_0: \pi_i = 0$ (ข้อมูลพาแนลมียูนิทรูท)

$H_a: \pi_i < 0$ (ข้อมูลพาแนลไม่มียูนิทรูท)

ซึ่งการทดสอบพาแนลยูนิทรูทมีวิธีการทดสอบทั้งหมด 5 วิธี คือทดสอบพาแนลยูนิทรูทด้วยวิธี Levin, Lin and Chu (LLC) Test , Im, Pesaran and Shin (IPS) Test, Fisher-Type Tests โดยใช้ Fisher-ADF และ Fisher-PP, Breitung Testและ Hadri Test ดังนี้

1. วิธีการทดสอบของ Levin, Lin and Chu (LLC) (2000)

วิธี LLC Test จะพิจารณาจากสมการ Augmented Dickey-Fuller (ADF) ดังนี้

$$\Delta y_{it} = \rho y_{i,t-1} + \sum_{L=1}^{p_i} \theta_{iL} \Delta y_{it-L} + \alpha_{mi} d_{mt} + \varepsilon_{it}\,, \quad m = 1,2,3 \tag{2.29}$$

โดยที่ Δy_{it} คือ ผลต่างของ y_{it}

p_i คือ จำนวน Lag order ของ Δy_{it}

α_{mi} คือ เวกเตอร์ค่าสัมประสิทธิ์

d_{1m} คือ เซ็ทว่าง,$d_{2m} = \{1\}$ และ $d_{3m} = \{1, t\}$

d_{mt} คือ เวกเตอร์ของ Deterministic Variable

ε_{it} คือ ค่าความคลาดเคลื่อน

การทดสอบได้กำหนดสมมติฐาน คือ

$H_0: \rho_i = 0$ (ข้อมูลพาแนลมียูนิทรูท)

$H_a: \rho_i < 0$ (ข้อมูลพาแนลไม่มียูนิทรูท)

วิธีการทดสอบมี 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ถดถอยสมการ Augmented Dickey-Fuller (ADF) ในแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง

$$\Delta y_{it} = \rho y_{i,t-1} + \sum_{L=1}^{p_i} \theta_{iL} \Delta y_{it-L} + \alpha_{mi} d_{mt} + \varepsilon_{it}, \qquad m = 1,2,3 \tag{2.30}$$

ให้ Lag order ของ ρ_i มีการเปลี่ยนแปลงไปในแต่ละหน่วยภาคตัดขวางเลือกค่า Lag order ที่ ρ_{max} โดยใช้ค่าสถิติ t (t-statistic) ของ $\hat{\theta}_{iL}$ ในการตัดสิน จากนั้นถดถอยสมการเสริม (Auxiliary) ทั้งสองสมการเพื่อหาค่าส่วนที่เหลือโดย

ประมาณค่าสมการ Δy_{it} กับ $\Delta y_{i,t-L} (L = 1, \dots, \rho_i)$ และ d_{mt} ได้ค่า $\hat{e}_{it}$

ประมาณค่าสมการ $y_{i,t-1}$ กับ $\Delta y_{i,t-L} (L = 1, \dots, \rho_i)$ และ d_{mt} ได้ค่า $\hat{v}_{i,t-1}$

จากนั้นปรับค่าส่วนที่เหลือ (Residual) เพื่อควบคุมความแปรปรวนระหว่างข้อมูลภาคตัดขวางจะได้

$$\tilde{e}_{it} = \frac{\hat{e}_{it}}{\hat{\sigma}_{\varepsilon t}}, \tilde{v}_{i,t-1} = \frac{\hat{v}_{it}}{\hat{\sigma}_{\varepsilon t}} \tag{2.31}$$

โดยที่ $\hat{\sigma}_{\varepsilon t}$ คือ ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานจากการถดถอยสมการ ADF ในแต่ละหน่วยของข้อมูลภาคตัดขวาง

ขั้นตอนที่ 2 คำนวณอัตราส่วนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานระยะยาวกับระยะสั้นภายใต้ข้อสมมติฐานหลักของยูนิทรูทการหาความแปรปรวนระยะยาวสามารถหาค่าได้จาก

$$\hat{\sigma}_{yi}^2 = \frac{1}{T-1}\sum_{t=2}^{T}\Delta y_{it}^2 + 2\sum_{L=1}^{\bar{K}} w_{\bar{K}L}\left[\frac{1}{T-1}\sum_{t=2+L}^{T}\Delta y_{it}\Delta y_{i,t-L}\right] \tag{2.32}$$

โดยที่ $\bar{K}$ คือ Truncations lag และ $w_{\bar{K}L} = 1 - (\frac{L}{\bar{K}} + 1)$ และในแต่ละหน่วยภาคตัดขวางค่าอัตราส่วนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานระยะยาวคำนวณจาก $\hat{S}_i = \hat{\sigma}_{yi}/\hat{\sigma}_{\varepsilon i}$ ส่วนค่าเฉลี่ยของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานคำนวณจาก $\hat{S}_N = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\hat{S}_i$

ขั้นตอนที่ 3 คำนวณค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบข้อมูลพาเนล โดยการถดถอยแบบ Pooled (The Pooled Regression)

$$\tilde{e}_{it} = \rho\tilde{v}_{i,t-1} + \tilde{\varepsilon}_{it} \tag{2.33}$$

จากค่าสังเกตจำนวน $N\tilde{T}$ โดยที่ $\tilde{T} = T - \bar{\rho} - 1$คือค่าเฉลี่ยของค่าสังเกตต่อหน่วยของข้อมูลพาเนล ซึ่ง $\bar{\rho} = \sum_{i=1}^{N}\frac{\rho_i}{N}$ คือค่าเฉลี่ยของ Lag order แต่ละหน่วยของ ADF ค่าสถิติ t ที่ใช้ในการทดสอบ คือ

$$t_\rho = \frac{\hat{\rho}}{\hat{\sigma}(\hat{\rho})} \tag{2.34}$$

โดยที่

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2+\rho_i}^{T}\tilde{v}_{i,t-1}\tilde{e}_{it}}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2+\rho_i}^{T}\tilde{v}_{i,t-1}^2} \tag{2.35}$$

$$\hat{\sigma}(\hat{\rho}) = \frac{\hat{\sigma}_{\tilde{\varepsilon}}}{\left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2+\rho_i}^{T}\tilde{v}_{i,t-1}^2\right]^{\frac{1}{2}}} \tag{2.36}$$

และค่าความแปรปรวนของ $\tilde{\varepsilon}_{it}$

$$\hat{\sigma}_{\tilde{\varepsilon}}^2 = \frac{1}{N\tilde{T}}\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2+\rho_i}^{T}(\tilde{e}_{it} - \hat{\rho}\tilde{v}_{it-1})^2 \tag{2.37}$$

คำนวณค่า Adjustedt-Statistic จาก

$$t_\rho^* = \frac{t_\rho - N\tilde{T}\hat{S}_N\hat{\sigma}_{\tilde{\varepsilon}}^{-2}\hat{\sigma}(\hat{\rho})\mu_{m\tilde{T}}^*}{\sigma_{m\tilde{T}}^*} \tag{2.38}$$

โดย	$\hat{\sigma}_{\tilde{\varepsilon}}^{-2}$	คือ	ค่าความแปรปรวนของ $\tilde{\varepsilon}_{it}$
	$\hat{\sigma}(\hat{\rho})$	คือ	ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของ $(\hat{\rho})$

$\hat{S}_N$ คือ ค่าเฉลี่ยของค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน

$\mu^*_{m\tilde{T}}$ และ $\sigma^*_{m\tilde{T}}$ คือ Adjustment Term ของค่าเฉลี่ย (Mean) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation)

ในการพิจารณาจะดูว่าค่าสถิติ t^*_ρ ที่ได้จากการประมาณมีค่ามากกว่าค่าวิกฤติ (Critical) แสดงว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก นั่นคือข้อมูลพาแนลไม่มียูนิทรูท แต่ถ้าค่าสถิติ t^*_ρ ที่ได้น้อยกว่าค่าวิกฤติแสดงว่ายอมรับสมมติฐานหลักนั่นคือข้อมูลพาแนลมียูนิทรูท

2. วิธีการทดสอบของ Im, Pesaran and Shin (IPS) (2003)

เป็นการทดสอบโดยใช้ Augmented Dickey-Fuller (ADF) ตามสมการ (2.29) โดยสมมติฐานที่ใช้ในการทดสอบ คือ

$$H_0: \rho_i = 0 \quad \textit{for} \quad \forall_i \qquad \text{(ข้อมูลพาแนลมียูนิทรูท)}$$

$$H_a: \begin{cases} \rho_i<0 \text{ for } i=1,2,\ldots,N_1 \\ \rho_i=0 \text{ for } i=N_1+1,\ldots,N \end{cases} \qquad \text{(ข้อมูลพาแนลไม่มียูนิทรูท)}$$

ค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบ คือ

$$\bar{t} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_{\rho_i} \tag{2.39}$$

โดยที่ $\bar{t} \sim N(0,1)$ และ $t_{\rho_i} \Rightarrow \left(\int_0^1 W_{iz} dW_{iz}\right) / \left[\int_0^1 W_{iZ}^2\right] = t_{iT}$ เมื่อ $T \to \infty$ จากข้อสมมติของ IPS ที่กำหนดให้ t_{iT} เป็น i.i.d ดังนั้นสามารถปรับสมการได้

$$\frac{\sqrt{N}(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_{iT} - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} E[t_{iT}|\rho_i = 0]}{\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} var[t_{iT}|\rho_i = 0]}} \sim N(0,1) \tag{2.40}$$

เมื่อ $N \to \infty$ จากทฤษฎีลิมิตสู่เข้าสู่ศูนย์กลาง (Central Limit Theorem) สามารถเขียนสมการใหม่ได้

$$t_{IPS} = \frac{\sqrt{N}\left(\bar{t} - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} E[t_{iT}|\rho_i = 0]\right)}{\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} var[t_{iT}|\rho_i = 0]}} \sim N(0,1) \tag{2.41}$$

การพิจารณาจะดูว่าค่าสถิติ t_{IPS} ที่ได้จากการประมาณมีค่ามากกว่าค่าวิกฤติ (Critical) แสดงว่าปฏิเสธสมมติฐานหลักนั่นคือข้อมูลพาแนลไม่มียูนิทรูท แต่ถ้าค่าสถิติ t_{IPS} ที่ได้น้อยกว่าค่าวิกฤติแสดงว่ายอมรับสมมติฐานหลักนั่นคือข้อมูลพาแนลมียูนิทรูท

3. วิธีการทดสอบของ Fisher-Type (Maddala and Wu (1999) และ Choi (2001))

การทดสอบโดยใช้ Augmented Dickey-Fuller (ADF) ตามสมการ (2.29) โดยสมมติฐานที่ใช้ในการทดสอบ คือ

H_0 ข้อมูลพาแนลมียูนิทรูท

H_a ข้อมูลพาแนลไม่มียูนิทรูท

ซึ่งเป็นการทดสอบโดยการรวมค่า P-Value ของค่าสถิติที่ทดสอบความนิ่งของข้อมูลแต่ละหน่วยภาคตัดขวางจากสมการ (2.29) มาใช้ในการทดสอบพาแนลยูนิทรูท

$$\rho = -2\sum_{i=1}^{N} \ln \rho_i \sim \chi^2_{2N} \tag{2.42}$$

โดย ρ คือค่าที่ใช้ทดสอบความนิ่งของข้อมูลแต่ละภาคตัดขวาง ค่า $-2\ln \rho_i$ มีการแจกแจงแบบ χ^2 มีระดับความเป็นอิสระเท่ากับ 2 ดังนั้น ρ จึงมีการแจกแจงแบบ χ^2 และมีระดับความเป็นอิสระเท่ากับ $2N$

Choi (2001) ได้เสนอวิธีการในการทดสอบคือ The Inverse Normal Test (Z) และ The Logit Test (L) คือ

$$Z = \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{i=1}^{N} \Phi^{-1}(\rho_i) \tag{2.43}$$

ซึ่ง $0 \le \rho_i \le 1$ และ $\Phi^{-1}(\rho_i) \sim N(0,1)$ ดังนั้นส่งผลให้ $Z \sim N(0,1)$ และ

$$L = \sum_{i=1}^{N} \ln\left(\frac{\rho_i}{1-\rho_i}\right) \tag{2.44}$$

ซึ่ง $\ln\left(\frac{\rho_i}{1-\rho_i}\right)$ มีการแจกแจงแบบโลจิสติคที่ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ $\pi^2/3$

การพิจารณาค่าสถิติ ถ้าค่า P-statistic และ Z-statistic ที่ได้จากการประมาณมีค่ามากกว่าค่าวิกฤติ (Critical) แสดงว่าปฏิเสธสมมติฐานหลักนั่นคือข้อมูลพาแนลไม่มียูนิทรูทแต่ถ้าทั้ง P-Statistic และ Z-Statistic ที่ได้น้อยกว่าค่าวิกฤติแสดงว่ายอมรับสมมติฐานหลัก นั่นคือข้อมูลพาแนลมียูนิทรูท

4. วิธีการทดสอบของ Breitung (2000)

สมมติฐานที่ใช้ในการทดสอบคือ

$$H_0: \rho_i = 0 \qquad \text{(ข้อมูลพาแนลมียูนิทรูท)}$$

$$H_a: \rho_i < 0 \qquad \text{(ข้อมูลพาแนลไม่มียูนิทรูท)}$$

Breitung ทดสอบค่าสถิติโดยไม่พิจารณาการปรับค่าความเอนเอียง (Bias Adjustment) ซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 วิธีหาค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบมีวิธีเหมือนกับวิธีของ LLC แต่แตกต่างกันตรงที่ค่า $\Delta y_{i,t-L}$ ที่ใช้ในการหาค่า $\hat{e}_{it}$ และ $\hat{v}_{i,t-1}$

ขั้นตอนที่ 2 ค่าส่วนที่เหลือ (Residual) $\hat{e}_{it}$ ถูกปรับเปลี่ยนโดยการใช้ Forward Orthogonalization Transformation จะได้สมการ

$$\hat{e}_{it} = \sqrt{\frac{T-t}{(T-t-1)}\left(\tilde{e}_{it} - \frac{\hat{e}_{i,t+1} + \cdots \tilde{e}_{i,t}}{T-t}\right)} \tag{2.45}$$

และ

$$v^*_{i,t-1} = \tilde{v}_{i,t-1} - \tilde{v}_{i,1} - \frac{t-1}{T}\tilde{v}_{iT} \qquad \text{มีค่าคงที่และแนวโน้ม}$$

$$v^*_{i,t-1} = \tilde{v}_{i,t-1} - \tilde{v}_{i,1} \qquad \text{มีค่าคงที่}$$

$$v^*_{i,t-1} = \tilde{v}_{i,t-1} \qquad \text{ไม่มีค่าคงที่และแนวโน้ม}$$

ขั้นตอนสุดท้าย ประมาณค่า Pooled Regression

$$e^*_{it} = \rho v^*_{i,t-1} + \varepsilon^*_{it} \tag{2.46}$$

ดังนั้นค่าสถิติที่ใช้ในการประมาณ คือ

$$B_{nT} = \left[\left(\frac{\hat{\sigma}^2}{nT^2}\right)\sum_{i=1}^{n}\sum_{i=2}^{T-1}(v^*_{it-1})^2\right]^{-1/2}\left[\left(\frac{1}{\sqrt{nT}}\right)\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{i=2}^{T-2}(e^*_{it})(v^*_{it-1})\right)\right] \tag{2.47}$$

การพิจารณาจะดูว่าค่าสถิติ B_{nT} ที่ได้จากการประมาณมีค่ามากกว่าค่าวิกฤติ (Critical) แสดงว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก นั่นคือข้อมูลพาแนลไม่มียูนิทรูท แต่ถ้าค่าสถิติ B_{nT} ที่ได้น้อยกว่าค่าวิกฤติแสดงว่ายอมรับสมมติฐานหลัก นั่นคือข้อมูลพาแนลมียูนิทรูท

5. วิธีการทดสอบของ Hadri (1999)

การทดสอบแพนแนลยูนิทรูทด้วยวิธี Hadri Test (Hadri, 1999) มีการทดสอบได้กำหนดสมมติฐาน คือ

H_0: ข้อมูลพาแนลไม่มียูนิทรูท

H_a: ข้อมูลพาแนลไม่มียูนิทรูท

โดยการประมาณค่าส่วนที่เหลือหรือส่วนตกค้าง (Residual) ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Ordinary Least Square: OLS) ประมาณค่าตัว y_{it} ที่มีค่าคงที่ (Constant) หรือมีทั้งค่าคงที่ (Constant) และแนวโน้ม (Trend) พิจารณาจาก 2 สมการคือ

$$y_{it} = r_{it} + \varepsilon_{it} \qquad i = 1, \ldots, N; t = 1, .., T \tag{2.48}$$

และ

$$y_{it} = r_{it} + \beta_i t + \varepsilon_{it} \tag{2.49}$$

ซึ่ง $r_{it} = r_{i,t-1} + u_{it}$,Randomwalk และ $\varepsilon_{it} \sim INN\left(0, \sigma_\varepsilon^2\right), u_{it} \sim INN\left(0, \sigma_\mu^2\right)$ มีคุณสมบัติ i.i.d. ระหว่างข้อมูลภาคตัดขวางที่ i และช่วงเวลาที่tดังนั้น สามารถเขียนสมการใหม่ได้ดังนี้

$$y_{it} = r_{i0} + \beta_i t + \sum_{s=1}^{t} u_{is} + \varepsilon_{it} \tag{2.50}$$

$$y_{it} = r_{i0} + \beta_i t + v_{it} \tag{2.51}$$

โดยที่ $v_{it} = \sum_{s=1}^{t} u_{is} + \varepsilon_{it}$ จะได้ค่าสถิติ LM ที่ใช้ในการประมาณมีค่าดังนี้

$$LM_1 = \frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^{T} S_{it}^2\right) / \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \tag{2.52}$$

โดยที่ $S_{it} = \sum_{s=1}^{t} \hat{\varepsilon}_{is}$ คือผลรวมของส่วนที่เหลือ $\hat{\varepsilon}_{is}$ ด้วยวิธี OLS และ

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{1}{NT} \sum_{i=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} \hat{\varepsilon}_{it}^2 \tag{2.53}$$

ค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบสำหรับการเกิดปัญหาค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนไม่คงที่ (Heteroskedasticity) ระหว่างข้อมูลภาคตัดขวางที่ i,$\hat{\sigma}_{\varepsilon i}^2$ ดังนี้

$$LM_2 = \frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{1}{N^2} \sum_{t=1}^{T} S_{it}^2 / \hat{\sigma}_{\varepsilon i}^2\right)\right) \tag{2.54}$$

ดังนั้นจึงใช้ LM_1 ในกรณีเป็นHomoskedasticity และใช้ LM_2 ในกรณีที่เป็น Heteroskedasticity

ค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานคือค่าสถิติ Z ดังนี้

$$Z = \sqrt{N}(LM - \xi_1)/\xi \sim N(0,1) \tag{2.55}$$

โดยที่ $\xi = 1/6$ และ $\xi = 1/45$ ถ้าแบบจำลองประกอบด้วยค่าคงที่เพียงอย่างเดียว $\xi = 1/15$ และ $\xi = 11/6300$ สำหรับกรณีอื่น

ถ้าค่าสถิติ Z ที่ได้จากการประมาณมีค่ามากกว่าค่าวิกฤติ (Critical) แสดงว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก นั่นคือข้อมูลพาแนลมียูนิทรูท แต่ถ้าค่าสถิติ Z ที่ได้น้อยกว่าค่าวิกฤติแสดงว่ายอมรับสมมติฐานหลักนั่นคือข้อมูลพาแนลไม่มียูนิทรูท

2.2.3 แบบจำลองพาแนล (Panel Model)

เป็นการหาแบบจำลองเพื่อใช้ในการศึกษาโดยพิจารณาแยกความแตกต่างระหว่างแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง (Individual) และช่วงเวลา (Time) โดยมีข้อสมมติว่าค่าคงที่และค่าสัมประสิทธิ์แตกต่างกันแบ่งออกเป็นการประมาณค่าแบบจำลอง Pooled estimator, Fixed Effects และ Random Effects ดังนี้

1. การประมาณค่าแบบ Pooled Estimator

เป็นการวิเคราะห์ที่สมมติให้ค่าคงที่และสัมประสิทธิ์ของตัวแปรในสมการมีค่าเท่ากันทุกหน่วยภาคตัดขวาง (Individual) และช่วงเวลา (Time) ที่พิจารณา ซึ่งไม่ได้ประมาณค่าความแตกต่างระหว่างแต่ละหน่วยภาคตัดขวางและช่วงเวลาที่พิจารณาโดยมีแบบจำลองพื้นฐานตามสมการ (Yaffee, 2003)

แบบจำลองของ Pooled OLS คือ

$$y_{it} = \alpha_i + x'_{it}\beta_{it} + \varepsilon_{it} \tag{2.56}$$

โดยที่	i	คือ	ข้อมูลภาคตัดขวาง $i = 1, \dots, N$
	t	คือ	ข้อมูลอนุกรม 1 ณ เวลา $t = 1, \dots, T$
	y_{it}	คือ	เวกเตอร์ 1×1 ของตัวแปรตาม
	α_i	คือ	จำนวนจริง (ค่าคงที่)
	x'_{it}	คือ	เวกเตอร์ $k \times 1$ ของตัวแปรอธิบาย
	β_{it}	คือ	เวกเตอร์ $k \times 1$ ของค่าสัมประสิทธิ์
	ε_{it}	คือ	ค่าความคลาดเคลื่อน

2. แบบจำลอง Fixed Effects

แบบจำลอง Fixed Effects หรือแบบจำลองการถดถอย Lest-Squares Dummy Variable (LSDV) เป็นแบบจำลองการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายที่ค่าคงที่ (Intercept term) มีการผันแปรตามแต่ละหน่วยภาคตัดขวางเน้นคือเป็นไปตามสมการ (2.57) (Yaffee, 2003)

$$y_{it} = \alpha_i + x'_{it}\beta + \varepsilon_{it} \ \ ; \ \varepsilon_{it} \sim IID(0, \sigma^2_{\varepsilon}) \tag{2.57}$$

มีข้อสมมติคือ x_{it} และ ε_{it} เป็นอิสระต่อกันทุกค่า สามารถเขียนรูปแบบการถดถอยที่รวมเอาตัวแปรหุ่น (Dummy variable) สำหรับแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง i ในแบบจำลองได้ดังนี้

$$y_{it} = \sum_{j=1}^{N} \alpha_i d_{ij} + x'_{it}\beta + \varepsilon_{it} \tag{2.58}$$

โดยที่ $d_{ij} = 1$ ถ้า $i = j$ และ $d_{ij} = 0$ ถ้า $i \neq j$

ดังนั้นเซตของตัวแปรจำนวน N ในแบบจำลองค่าพารามิเตอร์ $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ และค่า β สามารถประมาณค่าได้โดยทำการประมาณสมการ (2.58) โดยใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Ordinary Least Squares: OLS) โดยค่า β ที่คำนวณโดยใช้ (Least Squares Dummy Variable: LSDV) นี้มีการเบี่ยงเบนจึงต้องกำจัดผลกระทบแต่ละหน่วยของ α_{it} โดยการเปลี่ยนแปลงข้อมูลสามารถเขียนสมการได้ ดังนี้

$$\bar{y}_i = \alpha_i + \bar{x}'_i\beta + \bar{\varepsilon}_i \tag{2.59}$$

$$\bar{y}_i = T^{-1}\sum\nolimits_t y_{it} \tag{2.60}$$

โดยที่

$$\bar{y}_i = T^{-1}\textstyle\sum_t y_{it} \tag{2.61}$$

$$y_{it} - \bar{y}_i = (x_{it} - \bar{x}_i)'\beta + (\varepsilon_{it} - \bar{\varepsilon}_i) \tag{2.62}$$

สมการ (2.62) เป็นแบบจำลองการถดถอยที่เบี่ยงเบนออกจากค่าเฉลี่ยของแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง และไม่รวมผลกระทบแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง α_{it} โดยการเปลี่ยนแปลงข้อมูลในสมการ (2.62) ที่มีการสร้างค่าสังเกตในรูปการเบี่ยงเบนจากค่าเฉลี่ยของแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง เรียกว่า “Within Transformation” และตัวประมาณ OLS สำหรับค่า β ที่คำนวณได้จากแบบจำลองนี้เรียกว่า “Within Estimator” หรือ “Fixed Effect Estimator” ซึ่งให้ผลที่ถูกต้องแม่นยำเช่นเดียวกับตัวประมาณแบบ LSDV (Verbeek, 2004) กำหนดโดย

$$\hat{\beta}_{FE} = \left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(x_{it} - \bar{x}_i)(x_{it} - \bar{x}_i)'\right)^{-1}\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(x_{it} - \bar{x}_i)(y_{it} - \bar{y}_i)' \tag{2.63}$$

จ

หากข้อสมมติให้ x_{it} เป็นอิสระจาก ε_{it} ทุกค่า ตัวประมาณ Fixed Effects สามารถแสดงในรูปที่ค่า β ไม่มีการเบี่ยงเบน และถ้ากำหนดให้ ε_{it} มีการกระจายแบบปกติ ค่า $\hat{\beta}_{FE}$ จะมีการกระจายตัวแบบปกติ คือ

$$E\{(x_{it} - \bar{x}_{it})\varepsilon_{it}\} = 0 \tag{2.64}$$

สมการ (2.64) แสดงข้อสมมติ x_{it} ไม่สัมพันธ์กับ ε_{it} และ $\bar{x}_i$ จะไม่สัมพันธ์กับค่าความคลาดเคลื่อน (Error Term) ดังนี้

$$E\{x_{it}\varepsilon_{it}\} = 0 \text{ สำหรับทุกๆ ค่าของ } s, t \tag{2.65}$$

ในกรณีนี้จะเรียก x_{it} ว่า “Strictly Exogenous” ที่กำหนดให้ไม่มีความสัมพันธ์กับค่าปัจจุบันอดีตและอนาคตของค่าความคลาดเคลื่อน

ที่ตัวแปรอธิบาย N เป็นอิสระต่อค่าความคลาดเคลื่อนทุกตัว ดังนั้นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียง คือ

$$\hat{\alpha}_i = \bar{y}_i - \bar{x}_i\hat{\beta}_{FE} \text{ โดยที่ } i = 1, \dots, N \tag{2.66}$$

ภายใต้ข้อสมมติตามสมการ (2.64) α_{it} ของ Fixed Effects ไม่มีการเปลี่ยนแปลง เพราะที่ค่า T คงที่ค่าเฉลี่ยของแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง $\bar{y}_i$ และ x_{it} นั้นจะไม่เบนเข้าหาค่าใดเลย

เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม (Covariance Matrix) สำหรับตัวประมาณค่า Fixed Effects $(\hat{\beta}_{FE})$ ที่มีข้อสมมติให้ ε_{it} นั้นมีลักษณะ i.i.d. ระหว่างแต่ละหน่วยภาคตัดขวางและช่วงเวลา เมื่อค่าความแปรปรวน $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ นั้นกำหนดโดย

$$V\{\hat{\beta}_{FE}\} = \hat{\sigma}_\varepsilon^2\left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(x_{it} - \bar{x}_i)(x_{it} - \bar{x}_i)'\right)^{-1} \tag{2.67}$$

ถ้าค่า T มีจำนวนมากจะใช้ OLS ในการประมาณเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมภายใต้การถดถอยตามสมการ (2.62) จะได้ผลการประมาณที่ต่ำกว่าตัวแปรที่แท้จริง และค่าความแปรปรวนของ $\varepsilon_{it} - \bar{\varepsilon}_i$ คือ $(T-1)/T\sigma_\varepsilon^2$ จะมีค่าค่อนข้างมากกว่า σ_ε^2 โดยตัวประมาณค่าที่ไม่มีเปลี่ยนแปลง (Consistent) ของ σ_ε^2 สามารถหาได้จากค่าผลรวมผลต่างกำลังสอง (Residual Sum of Squares: RSS) หารด้วย $N(T-1)$ นั้น คือ

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{1}{N(T-1)}\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\left(y_{it} - \hat{\alpha}_{it} - x'_{it}\hat{\beta}_{FE}\right)^2 \tag{2.68}$$

หรือ

$$\hat{\sigma}_{\varepsilon}^{2}=\frac{1}{N(T-1)}\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\left(y_{it}-\bar{y}_{i}-(x_{it}-\bar{x}_{it})'\hat{\beta}_{FE}\right)^{2}$$

ซึ่งสามารถนำไปประยุกต์ใช้เพื่อให้ค่าระดับความเป็นอิสระ (Degree of Freedom) มีความถูกต้องมากขึ้น โดยการนำค่า K ไปลบที่ตัวหารในสมการ (2.68) เพราะค่าระดับความเป็นอิสระที่ถูกต้องนั้นจะทำให้ค่าพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าสอดคล้องกับ Individual Intercept Term ดังนั้นแบบจำลอง Fixed Effects ได้รวบรวมข้อแตกต่างของ "ภายใน" แต่ละหน่วยภาคตัดขวางคืออธิบายขนาดความแตกต่างของ y_{it} และ $\bar{y}_i$ แต่ไม่อธิบายว่าทำไม $\bar{y}_i$ ถึงแตกต่างจาก $\bar{y}_j$ (Verbeek, 2004)

3. แบบจำลอง Random Effects

ในการวิเคราะห์การถดถอยโดยทั่วไปนั้นมีข้อสมมติว่าทุกตัวแปรมีอิทธิพลต่อตัวแปรตาม ซึ่งสามารถแสดงในรูปค่าความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม (Random Error Term) โดยให้ α_i เป็นตัวแปรสุ่ม (Random Factors) ที่เป็นอิสระและมีการแจกแจงในแต่ละหน่วย ดังนั้นสามารถเขียนแบบจำลอง Random Effects ดังนี้ (Verbeek, 2004)

$$y_{it}=\mu+\beta x_{it}'+\alpha_i+\varepsilon_{it},\qquad \varepsilon_{it}\sim IID(0,\sigma_{\varepsilon}^{2});\ \alpha_i\sim IID(0,\sigma_{\alpha}^{2}) \tag{2.69}$$

โดยที่ $\alpha_i+\varepsilon_{it}$ คือค่าความคลาดเคลื่อน (Error Term) ที่ประกอบด้วยส่วนประกอบเฉพาะแต่ละหน่วยภาคตัดขวางที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาและส่วนที่เหลือซึ่งสมมติให้ไม่มีความสัมพันธ์กันตลอดช่วงเวลา

จากข้อสมมติที่ α_i และ ε_i สัมพันธ์กันอย่างอิสระแสดงว่า $\alpha_i+\varepsilon_{it}$ เป็นรูปแบบของอัตสหสัมพันธ์ (Autocorrelation) ดังนั้นการคำนวณค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานสำหรับตัวประมาณ OLS และตัวประมาณค่า GLS ซึ่งเป็นตัวประมาณค่าที่มีประสิทธิภาพสามารถหาได้จาก Error Covariance Matrix

การหาตัวประมาณ GLS สำหรับทุก ๆความคลาดเคลื่อนของแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง i คือ $\alpha_i l_T+\varepsilon_i$ โดยที่ $l_T=(1,1,\dots,1)'$ มีขนาด (Dimension) เท่ากับ T และ $\varepsilon_i=(\varepsilon_{i1},\dots,\varepsilon_{iT})'$

เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของเวคเตอร์นี้ คือ

$$V\{\alpha_i i_T+\varepsilon_i\}=\Omega=\sigma_{\alpha}^{2}l_T l_T'+\sigma_{\alpha}^{2}l_T \tag{2.70}$$

โดยที่ l_T คือ เมทริกซ์เอกลักษณ์ที่มีขนาดเท่ากับ T

สามารถหาค่าตัวประมาณ GLS สำหรับค่าพารามิเตอร์ในสมการ (2.69) โดยการแปลงข้อมูลแต่ละหน่วยภาคตัดขวางคือคูณเวคเตอร์ $y_i = (y_{i1}, \dots, y_{iT})'$ ด้วย Ω^{-1}

กำหนดโดย

$$\Omega^{-1} = \sigma_\alpha^{-2}\left[I_T - \frac{\sigma_\alpha^2}{\sigma_\alpha^2 + T\sigma_\alpha^2} l_T l_T'\right] \tag{2.71}$$

หรือเขียนในรูป

$$\Omega^{-1} = \sigma_\alpha^{-2}\left[\left(I_T - \frac{1}{T} l_T l_T'\right) + \psi \frac{1}{T} l_T l_T'\right] \tag{2.72}$$

โดยที่

$$\psi = \frac{\sigma_\alpha^2}{\sigma_\varepsilon^2 + T\sigma_\alpha^2}$$

ตัวประมาณ GLS สามารถเขียนได้ ดังนี้

$$\hat{\beta}_{GLS} = \left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(x_{it} - \bar{x}_i)' + \psi T \sum_{i=1}^{T}(\bar{x}_i - \bar{x})(\bar{x}_i - \bar{x})'\right)^{-1} \times \left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(x_{it} - \bar{x}_i)(y_{it} - \bar{y}_i) + \psi T \sum_{i=1}^{N}(\bar{x}_i - \bar{x})(\bar{y}_i - \bar{y})\right) \tag{2.73}$$

โดยที่ $\bar{x}$ คือค่าเฉลี่ยของ x_{it} ทั้งหมดที่ $\bar{x} = (1/(NT))\sum_{i,t} x_{it}$ ที่ $\psi = 0$ ตัวประมาณค่า Fixed Effects จะเพิ่มขึ้น เพราะ $\psi \to 0$ ถ้า $T \to \infty$ นั้นเป็นไปตามที่ว่าตัวประมาณค่า Fixed Effects และ Random Effects จะมีค่าเท่ากันเมื่อค่า T มีจำนวนมาก แต่ถ้า $\psi = 1$ ตัวประมาณค่า GLS จะเท่ากับตัวประมาณ OLS (และ Ω เป็นเมทริกซ์ Diagonal)

จากสูตรการคำนวณตัวประมาณ GLS โดยทั่วไป คือ

$$\hat{\beta}_{GLS} = \Delta\hat{\beta}_B + (I_k - \Delta)\hat{\beta}_{FE} \tag{2.74}$$

โดยที่ $\hat{\beta}_B = \left(\sum_{i=1}^{N}(\bar{x}_i - \bar{x})(\bar{x}_i - \bar{x})'\right)\sum_{i=1}^{N}(\bar{x}_i - \bar{x})(\bar{y}_i - \bar{y})$ (2.75)

ดังนั้น จะเรียกค่า β ของตัวประมาณ OLS ในแบบจำลองสำหรับค่าเฉลี่ยของแต่ละหน่วยภาคตัดขวางว่า “Between Estimator”

$$\bar{y}_i = \mu + \bar{x}_i'\beta + \alpha_i + \bar{\varepsilon}_i, \qquad i = 1, \dots, N \tag{2.76}$$

ซึ่งเมทริกซ์ Δ คือ เมทริกซ์ที่มีการถ่วงน้ำหนัก ที่ตัวประมาณ GLS เป็นเมทริกซ์ค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักของ Between Estimator และ Within Estimator โดยที่ตัวถ่วงน้ำหนักขึ้นอยู่กับค่าความสัมพันธ์ของความแปรปรวนระหว่างตัวประมาณค่าทั้งสอง

สำหรับตัวประมาณ GLS นั้นเป็นการรวมกันของตัวประมาณ Between Estimator และ Within Estimator ซึ่งโดยทั่วไปตัวประมาณ GLS จะมีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณ OLS ถ้าตัวแปรอธิบายเป็นอิสระต่อ ε_{it} และ α_i ทุกตัว และตัวประมาณ GLS จะไม่มีการเอนเอียง (Unbiased) และไม่เปลี่ยนแปลง (Consistent) ที่ค่า N หรือ T (หรือทั้ง N และ T) มีค่าเข้าสู่อนันต์ (Infinity) ภายใต้ $E = \{\bar{x}_i\varepsilon_{it}\} = 0$ และ

$$E\{\bar{x}_i\alpha_i\} = 0 \tag{2.77}$$

โดยจะใช้เงื่อนไขดังกล่าวเพื่อทำให้ Between Estimator ไม่มีการเปลี่ยนแปลง (Consistent) วิธีการคำนวณหาตัวประมาณ GLS จะมีการเปลี่ยนแปลงแบบจำลอง ดังนี้

$$(y_{it} - \vartheta\bar{y}_i) = \mu(1-\vartheta) + (x_{it} - \bar{x}_i')\beta + u_{it} \tag{2.78}$$

โดยที่ $\vartheta = 1 - \psi^{1/2}$ ซึ่งค่าความคลาดเคลื่อนในรูปแบบการเปลี่ยนแปลงนี้เป็น i.i.d ที่ค่า $\psi = 0$ นั้นจะสอดคล้องกับ Within Estimator $(\vartheta = 1)$ และสัดส่วนที่คงที่ (ϑ) ของค่าเฉลี่ยแต่ละหน่วยภาคตัดขวางคือ การลบข้อมูลที่ได้จากแบบจำลองที่มีการเปลี่ยนแปลงข้อมูล $(0 \le \vartheta \le 1)$

การใช้ตัวประมาณ GLS ที่มีความเหมาะสมจะต้องคำนวณหาค่าความแปรปรวนก่อน ซึ่งตัวประมาณ σ_ε^2 สามารถหาได้จากสมการ (2.68) ดังนั้นค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน $\sigma_\varepsilon^2 + (1/T)\sigma_\varepsilon^2$ สามารถประมาณค่าได้จาก

$$\hat{\sigma}_B^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\bar{y}_i - \hat{\mu}_B - \bar{x}_i'\hat{\beta}_B\right)^2 \quad (2.79)$$

โดยที่ $\hat{\mu}_B$ คือ Between Estimator ของ μ

จากสมการ (2.79) ตัวแปรที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงของ σ_α^2 จะเป็นไปตาม

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \hat{\sigma}_B^2 - \frac{1}{T}\hat{\sigma}_\varepsilon^2 \quad (2.80)$$

ซึ่งสามารถปรับค่าตัวประมาณนี้โดยการปรับปรุงค่าระดับความเป็นอิสระ (Degree of Freedom) ให้ถูกต้อง โดยนำ K+1 ลบกับตัวหารในสมการ (2.79) ผลของตัวประมาณ EGLS จะเป็นตัวประมาณ Random Effectsของ β (และμ) คือแทนค่า βเท่ากับ $\hat{\beta}_{RE}$ หรือที่รู้จักในชื่อของตัวประมาณ Balestra-Nerlove (Verbeek, 2004)

สมมติฐานที่แตกต่างระหว่างแบบจำลอง Fixed Effects, แบบจำลอง Random Effects และ Pooled OLS แสดงได้ดังตาราง ดังนี้

ตารางที่2.1 สมมมติฐานในการประมาณแบบPooled OLS, Fixed Effects และRandom Effects

วิธีการ	**สมมติฐานเกี่ยวกับค่า β**
Pooled OLS	$\beta_{it} = \beta$
Fixed Effects	$\beta_{it} = \beta_i$ โดยที่ $E(\beta_i, X_{it}) \neq 0$
Random Effects	$\beta_{it} = \beta + \varepsilon_i$ โดยที่ $E(\beta_i, X_{it}) = 0$

2.2.4 การทดสอบสมการพาแนล (Panel Equation Testing)

การทดสอบสมการพาแนล เป็นการทดสอบว่าควรทำการประมาณแบบจำลอง Panel Cointegrationในรูปแบบใด ระหว่าง Pooled Estimator, Fixed Effects หรือ Random Effects โดยทำการทดสอบ 3 วิธี คือ Lagrange Multiplier Test (LM-Test), Hausman Test และ Redundant Fixed Effects Test ดังนี้

1. วิธีการทดสอบแบบ Lagrange Multiplier (LM-Test)

เป็นการทดสอบว่าควรประมาณแบบจำลองในรูปแบบใดระหว่าง Random Effects และ Pooled Estimator โดย Baltagi et al. (2001) ได้เสนอการทดสอบเงื่อนไขผลกระทบแต่

ละหน่วยภาคตัดขวาง (Individual Effects Condition) เกี่ยวกับผลกระทบที่เกิดเฉพาะช่วงเวลา (Time-Specific Effects) ที่$\sigma_{\lambda}^2 > 0$ (Baltagi, 2001)

ที่มีสมมติฐานหลักในการทดสอบคือ

$$H_0^d: \sigma_{\mu}^2 = 0$$

ค่าสถิติการทดสอบด้วยวิธี Lagrange Multiplier คือ

$$LM_{\mu} = \frac{\sqrt{2}\tilde{\sigma}_2^2\tilde{\sigma}_2^2}{\sqrt{T(T-1)[\tilde{\sigma}_v^4 + (N-1)\tilde{\sigma}_v^4]}}\tilde{D}_{\mu} \tag{2.81}$$

และ

$$\tilde{D}_{\mu} = \frac{T}{2}\left\{\frac{1}{\tilde{\sigma}_2^2}\left[\frac{\tilde{u}'(\bar{J}_N \otimes \bar{J}_T)\tilde{u}}{\tilde{\sigma}_2^2} - 1\right] + \frac{(N-1)}{\tilde{\sigma}_v^2}\left[\frac{\tilde{u}'(\bar{E}_N \otimes \bar{J}_T)\tilde{u}}{(N-1)\tilde{\sigma}_v^2} - 1\right]\right\} \tag{2.82}$$

โดยที่ $\tilde{\sigma}_2^2 = \tilde{u}'(\bar{J}_N \otimes I_T)\tilde{u}/T$ และ $\tilde{\sigma}_v^2 = \tilde{u}'(\bar{E}_N \otimes I_T)\tilde{u}/T(N-1)$ ซึ่ง LM_{μ} มีการกระจายตัวแบบ Asymptotically $N(0,1)$ และการประมาณค่าตัวรบกวนนิหาได้จากส่วนที่เหลือจากการประมาณ GLS ในทิศทางเดียวโดยใช้ Maximum Likelihood ประมาณ $\tilde{\sigma}_v^2$ และ $\tilde{\sigma}_2^2$

ในการทดสอบด้วยวิธี Lagrange Multiplier ภายใต้สมมติฐาน

$$H_0^e: \sigma_{\lambda}^2 = 0 \text{ ที่ } \sigma_{\mu}^2 > 0 \text{ คือ}$$

$$LM_{\lambda} = \frac{\sqrt{2}\tilde{\sigma}_1^2\tilde{\sigma}_2^2}{\sqrt{N(N-1)[\tilde{\sigma}_v^4 + (T-1)\tilde{\sigma}_1^4]}}\tilde{D}_{\lambda} \tag{2.83}$$

และ

$$\tilde{D}_{\lambda} = \frac{N}{2}\left\{\frac{1}{\tilde{\sigma}_2^2}\left[\frac{\tilde{u}'(\bar{J}_N \otimes \bar{J}_T)\tilde{u}}{\tilde{\sigma}_1^2} - 1\right] + \frac{(T-1)}{\tilde{\sigma}_v^2}\left[\frac{\tilde{u}'(\bar{J}_N \otimes \bar{E}_T)\tilde{u}}{(T-1)\tilde{\sigma}_v^2} - 1\right]\right\} \tag{2.84}$$

โดยที่ $\tilde{\sigma}_1^2 = \tilde{u}'(I_T \otimes \bar{J}_N)\tilde{u}/N$ และ $\tilde{\sigma}_v^2 = \tilde{u}'(I_T \otimes E_T)\tilde{u}/N(T-1)$ ซึ่งLM_{λ} มีการกระจายตัวแบบ Asymptotically Distributed ภายใต้สมมติฐานหลัก H_0^e

ถ้าผลการทดสอบยอมรับสมมติฐานหลัก แสดงว่าควรทำการประมาณค่าแบบจำลองโดยใช้ Pooled Estimator แต่ถ้าปฏิเสธสมมติฐานหลักควรทำการประมาณ โดยใช้ Random Effects

2. วิธีทดสอบแบบ Hausman

เป็นการทดสอบว่าควรทำการประมาณแบบจำลองในรูปแบบใดระหว่าง Fixed Effects หรือ Random Effects โดยมีสมมติฐานที่สำคัญคือ ส่วนประกอบของค่าความคลาดเคลื่อนในแบบจำลองการถดถอยไม่มีความสัมพันธ์กับ x_{it} คือ $E(u_{it}/X_{it}) = 0$ ที่มีการกำหนดให้พจน์รบกวน (μ_i) มีผลต่อแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง (Individual) ซึ่งไม่สามารถหาค่าได้และมีความสัมพันธ์กับ X_{it}

ในกรณีที่ $E(u_{it}/X_{it}) \neq 0$ และตัวประมาณ $GLS(\hat{\beta}_{GLS})$ จะมีความเอนเอียง (Biased) และมีการเปลี่ยนแปลง (Inconsistent) สามารถกำจัดค่าμ_i ได้โดยใช้ Within Estimator $(\hat{\beta}_{Within})$ ที่ไม่เอนเอียง (Unbiased) และ ไม่มีการเปลี่ยนแปลง (Consistent) (Baltagi, 2008)

Hausman (1978) ทำการเปรียบเทียบ $\hat{\beta}_{GLS}$ และ $\hat{\beta}_{Within}$ ได้ผลว่าตัวประมาณทั้งสองมีความแตกต่างกันในข้อจำกัดของความน่าจะเป็นคือ β_{Within} จะไม่มีการเปลี่ยนแปลง (Consistent) ทั้งในกรณีที่ยอมรับสมมติฐานหลัก H_0: $E(u_{it}/X_{it}) = 0$ และปฏิเสธสมมติฐานหลักแต่ $\hat{\beta}_{GLS}$ ในกรณีที่ปฏิเสธสมมติฐานหลักตัวประมาณจะมีการเปลี่ยนแปลง (Unconsistent)

ดังนั้นการทดสอบโดยทั่วไปจะเป็นไปตาม $\hat{q}_1 = \hat{\beta}_{GLS} - \hat{\beta}_{Within}$ ซึ่ง $\text{Plim}\,\hat{q}_1 = 0$ ถ้า $\text{cov}\,(\hat{q}_1, \hat{\beta}_{GLS}) = 0$

โดยที่
$$\hat{\beta}_{GLS} - \beta = (X'\Omega^{-1}X)^{-1}X'\Omega^{-1}u$$
$$\hat{\beta}_{within} - \beta = (X'QX)^{-1}X'Qu$$

จะได้ค่า $E(\hat{q}_1) = 0$ และ

$$\text{cov}\,(\hat{\beta}_{GLS}, \hat{q}_1) = \text{var}(\hat{\beta}_{GLS}) - \text{cov}(\hat{\beta}_{GLS}, \hat{\beta}_{Within}) \tag{2.85}$$

$$\text{cov}\,(\hat{\beta}_{GLS}, \hat{q}_1) = (X'\Omega^{-1}X)^{-1} - (X'\Omega^{-1}X)^{-1}X'\Omega^{-1}E(uu')QX(X'\Omega^{-1}X)^{-1}$$

$$\text{cov}\,(\hat{\beta}_{GLS}, \hat{q}_1) = (X'\Omega^{-1}X)^{-1} - (X'\Omega^{-1}X)^{-1} = 0$$

จาก

$\hat{\beta}_{Within} = \hat{\beta}_{GLS} - \hat{q}_1$ และ$\text{var}(\hat{\beta}_{Within}) = \text{var}(\hat{\beta}_{GLS}) + \text{var}(\hat{q}_1)$ ที่ค่า $\text{cov}\,(\hat{\beta}_{GLS}, \hat{q}_1) = 0$ จะได้

$$\text{var}(\hat{q}_1) = \text{var}(\hat{\beta}_{Within}) - \text{var}(\hat{\beta}_{GLS}) = \tilde{\sigma}_v^2(X'QX)^{-1} - (X'\Omega^{-1}X)^{-1} \tag{2.86}$$

ดังนั้นค่าสถิติการทดสอบ Hausman คือ

$$m_1 = \hat{q}_1'[\text{var}(\hat{q}_1)]^{-1}(\hat{q}_1) \tag{2.87}$$

ถ้าผลการทดสอบยอมรับสมมติฐานหลัก แสดงว่าควรทำการประมาณค่าแบบจำลองโดยใช้ Random Effects แต่ถ้าปฏิเสธสมมติฐานหลักควรทำการประมาณโดยใช้ Fixed Effects

3.วิธีการทดสอบแบบ Redundant fixed Effects

Moulton and Randolph (1989) ได้เสนอว่า Anova F-Test ที่ใช้ทดสอบ Fixed Effects เหมาะสำหรับทดสอบแบบจำลอง One-way Error Component โดยมีสมมติฐานหลักในการทดสอบคือ

$$H_0^a: \sigma_\mu^2 = 0$$

ดังนั้นสมการในรูปทั่วไป คือ

$$F = \frac{y'MD(D'MD) - D'My/(p-r)}{y'Gy/\left[NT - \left(\tilde{k} + p - r\right)\right]} \tag{2.88}$$

ภายใต้สมมติฐานหลักที่มีการกระจายตัวแบบ F-Distribution มีระดับความเป็นอิสระ $(p-r)$ และ $NT - \left(\tilde{k} + p - r\right)$ และ $D = I_N \otimes l_T, M = \overline{P}_Z, \tilde{k} = K'\,, p = N, r = K' + N - \text{rank}\,(Z, D)$ และ $G = \overline{P}_{(Z,D)}$ โดยที่ $\overline{P}_Z = I - P_Z$ และ $P_Z = Z(Z'Z)^{-1}Z'$

การทดสอบ One-Side Likelihood Ration (LR) จะมีการทดสอบ ดังนี้

$$LR = -2\log\frac{l\,(res)}{l\,(unres)} \tag{2.89}$$

โดยที่ $l(res)$ คือ ค่า Maximum Likelihood ที่มีข้อจำกัด และ $l(unres)$ คือ ค่า Maximum Likelihood ที่ไม่มีข้อจำกัด ภายใต้สมมติฐานหลักที่ทำการทดสอบ LR Test มีการกระจายตัวแบบ Asymptotic Distribution

2.2.5 การประมาณแบบจำลองพาแนล (Panel Estimation)

1. วิธีการประมาณค่าแบบกำลังสองน้อยที่สุด (Ordinary Least Square: OLS)

เป็นการประมาณค่าเส้นถดถอยที่ได้จากการประมาณค่าด้วยวิธี OLS โดยการทำให้ผลบวกของกำลังสองของค่าความคลาดเคลื่อน (Error Term) มีค่าน้อยที่สุดจากสมการ OLS (Gujarati, 2003 และ Verbeek,2004)

$$\hat{\beta}_{OLS} = \left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(X_{it} - \overline{X}_i)^2\right]^{-1} \sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(X_{it} - \overline{X}_i)\,(Y_{it} - \overline{Y}_i) \tag{2.90}$$

โดยที่	i	คือ	ข้อมูลภาคตัดขวาง $i = 1, \ldots, N$
	t	คือ	ข้อมูลอนุกรม ณ เวลา $t = 1, \ldots, T$
	y_{it}	คือ	ตัวแปรตาม
	x_{it}	คือ	ตัวแปรอธิบาย
	$\overline{Y}_i$	คือ	ค่าเฉลี่ยของ Y_{it}
	$\overline{X}_i$	คือ	ค่าเฉลี่ยของ X_{it}

2. วิธีกำลังสองน้อยที่สุดเชิงพลวัตร (Dynamic Ordinary Least Square: DOLS)

เป็นการประมาณการแบบ OLS ที่มีการเพิ่มการประมาณแบบพลวัตรเข้าไปในสมการ OLS จึงเรียกว่าการประมาณค่าการเปลี่ยนแปลงเชิงพลวัตรแบบกำลังสองน้อยที่สุด (DOLS) จากสมการ (Gujarati, 2003 และ Verbeek,2004)

จากสมการพื้นฐาน

$$y_{it} = x_{it}'\beta + \sum_{k=K_i}^{K_i} \gamma_{ik}\Delta x_{it-k} + \varepsilon_{it} \tag{2.91}$$

สมการประมาณค่าจากวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเชิงพลวัตร (DOLS) ได้จาก

$$\hat{\beta}_{OLS} = \left[N^{-1}\sum_{i=1}^{N}\left(\sum_{t=1}^{T} Z_{it}Z_{it}'\right)\left(\sum_{t=1}^{T} Z_{it}\tilde{y}_{it}\right)\right] \tag{2.92}$$

โดยที่ $Z_{it} = 2(K+1) \times 1$ และ $y_{it}' = y_{it} - \bar{y}_{it}$

3. วิธีการโมเมนต์ในรูปทั่วไป (Generalized Method of Moments: GMM)

วิธีนี้เสนอโดย Hansen (1982) เป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยตรงจาก Moment Condition ที่ใส่ในแบบจำลอง

จากสมการพื้นฐาน

$$y_{it} = x_{it}'\beta + Z_{it}'\gamma + u_{it} \tag{2.93}$$

สมการ (2.93) สามารถเขียนได้เป็น

$$y_{it} - y_{it-1} = \beta'(x_{it} - x_{it-1}) + \gamma'(z_{it} - z_{it-1}) + (u_{it} - u_{it-1}) \tag{2.94}$$

โดยที่ $i = 1, \ldots, n$ และ $t = 2, \ldots, T_i$

สมการ (2.94) ถ้า $y_{it-1}y_{it-2}$ มีความสัมพันธ์กับค่าความคลาดเคลื่อน $(u_{it} - u_{it-1})$ จะทำให้การประมาณมีความเอนเอียงมากขึ้น ดังนั้นในกรณีนี้การประมาณค่าด้วยวิธี DOLS จะมีความเหมาะสมกว่าแต่ถ้ามีการใช้เครื่องมือ (Instrument) ที่ถูกต้องการประมาณด้วยวิธี GMM จะมีประสิทธิภาพกว่าในการประมาณค่าสมการโดยทั่วไปจะมีการใส่ค่าความล่าช้า (Lag) ของตัวแปรตามสองช่วงเวลาที่ y_{it-2} นั้นจะไม่มีความสัมพันธ์กับ $(u_{it} - u_{it-1})$ ดังนั้นค่าขอ $y_{it-k}, k \geq 2$ จึงเป็นเครื่องมือที่เหมาะสม

2.2.6 การทดสอบพาเนลโคอินทิเกรชัน (Panel Cointegration Test)

เป็นการทดสอบหาความสัมพันธ์ในระยะยาวของตัวแปรของตัวอธิบายและตัวแปรตาม โดยการทดสอบที่ใช้มีทั้งหมด 3 วิธีดังนี้ (Gujarati, 2003 และ Verbeek,2004)

1. การทดสอบพาเนลโคอินทิเกรชันแบบ Residual-Based DF and ADF หรือการทดสอบพาเนลโคอินทิเกรชันแบบ Kao (Kao, 1999)

จากสมการถดถอยแบบพาเนล

$$y_{it} = x_{it}'\beta + z_{it}'\gamma + e_{it} \tag{2.95}$$

โดยที่ y_{it} และ x_{it} เป็น $I(1)$ และ $z_{it} = \{\mu_i\}$ การทดสอบแบบ DF-Type สามารถคำนวณได้จากส่วนที่เหลือของ Fixed Effects

$$\hat{e}_{it} = \rho\hat{e}_{it-1} + v_{it} \tag{2.96}$$

โดยที่ $\hat{e}_{it} = \tilde{y}_{it} - \tilde{x}_{it}\hat{\beta}$ และ $\tilde{y}_{it} = y_{it} - \bar{y}_i$ ในการทดสอบนี้ใช้วิธีประมาณค่าด้วย OLS ประมาณค่าสัมประสิทธิ์ ρ และ T-Statistic จากสมการ

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2}^{T}\hat{e}_{it}\hat{e}_{it-1}}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2}^{T}\hat{e}_{it}^2} \tag{2.97}$$

และ

$$t_\rho = \frac{(\hat{\rho} - 1)\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2}^{T}\hat{e}_{it-1}^2}}{s_e} \tag{2.98}$$

ซึ่ง

$$s_e^2 = \frac{1}{NT}\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2}^{T}(\hat{e}_{it} - \hat{\rho}\hat{e}_{it-1})^2$$

ค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบแบบ DF มีทั้งหมด 4 แบบ โดยสมมติฐานหลักของการทดสอบคือ $H_0: \rho = 1$ (ไม่มีโคอินทิเกรชัน)

$$DF_\rho = \frac{\sqrt{NT}(\hat{\rho} - 1) + 3\sqrt{N}}{\sqrt{10.2}} \quad (2.99)$$

$$DF_\rho = \frac{\sqrt{NT}(\hat{\rho} - 1) + 3\sqrt{N}}{\sqrt{10.2}} \quad (2.100)$$

$$DF_t = \sqrt{1.25}t_\rho + \sqrt{1.875N} \quad (2.101)$$

$$DF_\rho^* = \frac{\sqrt{NT}(\hat{\rho} - 1) + \frac{3\sqrt{N}\hat{\rho}_v^2}{\hat{\rho}_{0v}^2}}{\sqrt{3 + \frac{36\hat{\rho}_v^4}{\hat{\rho}_{0v}^4}}} \quad (2.102)$$

$$DF_t^* = \frac{t_\rho + \frac{\sqrt{6N}\hat{\sigma}_v}{2\hat{\sigma}_{0v}}}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_{0v}^2}{\hat{\sigma}_v^2} + \frac{3\hat{\sigma}_v^2}{10\hat{\sigma}_{0v}^2}}} \quad (2.103)$$

โดยที่ $\hat{\sigma}_v^2 = \hat{\sum}_{yy} - \hat{\sum}_{yx}\sum_{xx}^{-1}$ และ $\hat{\sigma}_{0v}^2 = \hat{\Omega}_{yy} - \hat{\Omega}_{yx}\Omega_{xx}^{-1}$ ซึ่งค่าสถิติ DF_ρ, DF_t พิจารณาจากความสัมพันธ์จากภายนอกของตัวถดถอยกับค่าความคลาดเคลื่อนและค่าสถิติ DF_ρ^*,DF_t^* พิจารณาจากความสัมพันธ์ภายในของตัวถดถอยกับค่าความคลาดเคลื่อนสำหรับค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบแบบADF สามารถประมาณค่าได้จากการถดถอย ดังนี้

ดังนั้นค่าสถิติ ADF คือ

$$\hat{e}_{it} = \rho\hat{e}_{it-1} + \sum_{j=1}^{\rho}\vartheta_j\Delta\hat{e}_{it-j} + v_{itp} \quad (2.104)$$

$$ADF = \frac{t_{ADF} + \frac{\sqrt{6N}\hat{\sigma}_v}{2\hat{\sigma}_{0v}}}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_{0v}^2}{2\hat{\sigma}_v^2} + \frac{3\hat{\sigma}_v^2}{10\hat{\sigma}_{0v}^2}}} \quad (2.105)$$

โดยที่ t_{ADF} คือ T-Statistic ของ ρ จากสมการ (2.105)โดยสมมติฐานหลักของการทดสอบคือ $H_0: \rho = 1$ (ไม่มีโคอินทิเกรชัน)

2. การทดสอบพาแนลโคอินทิเกรชันแบบ Pedroni (Engle-Granger Based)

การทดสอบโคอินทิเกรชันของ Engle-Granger จะทำการทดสอบจากส่วนที่เหลือ (Residual) ถ้าตัวแปรมีโคอินทิเกรชันส่วนที่เหลือที่ได้จะเป็น $I(0)$ แต่ถ้าตัวแปรไม่มีโคอินทิเกรชันส่วนที่เหลือที่ได้จะเป็น $I(1)$ Pedroni เสนอวิธีการทดสอบโคอินทิเกรชันที่สมมติให้ค่าคงที่ (Intercept) และค่าแนวโน้ม (Trend) มีความแตกต่างกันระหว่างข้อมูลแต่ละหน่วย (Pedroni, 2004)

จากสมการ

$$y_{it} = \alpha_i + \delta_i t + \beta_{1i}x_{1i,t} + \beta_{2i}x_{2i,t} + \cdots + \beta_{Mi}x_{Mi,t} + e_{i,t} \tag{2.106}$$

โดยที่ $t = 1, \dots, T, i = 1, .., N , m = 1, \dots, M$ และกำหนดให้ x, y นิ่งที่ $I(1)$ ค่า α_i, δ_i คือค่าคงที่และค่าสัมประสิทธิ์ของแนวโน้ม (Intercept and Trend) ตามลำดับ เมื่อถดถอยสมการ (2.95) จะได้ส่วนที่เหลือ (Residual) จากนั้นทำการทดสอบส่วนที่เหลือดังกล่าวว่าเป็น $I(1)$ โดยการถดถอยจากสมการ

$$e_{it} = \rho_i e_{it-1} + u_{it} \tag{2.107}$$

หรือ

$$e_{it} = \rho_i e_{it-1} + \sum_{j=1}^{p_i} \psi_{it} \Delta e_{it-j} + v_{it} \tag{2.108}$$

ซึ่งในแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง มีการแบ่งสมมติฐานทางรอง (Alternative Hypothesis) ออกเป็น 2 อย่าง คือ

กรณีที่ข้อมูลภาคตัดขวางทุกหน่วยมีลักษณะเหมือนกัน (Homogeneous)

$H_0: \rho_i = 1$ (ไม่มีโคอินทิเกรชัน)

$H_a: (\rho_i = \rho) < 1$ (มีโคอินทิเกรชัน)

กรณีที่ข้อมูลภาคตัดขวางแต่ละหน่วยมีลักษณะแตกต่างกัน (Heterogeneous)

$H_0: \rho_i = 1$ (ไม่มีโคอินทิเกรชัน)

$H_a: \rho_i < 1$ (มีโคอินทิเกรชัน)

โดยค่าสถิติในการทดสอบพาแนลโคอินทิเกรชัน $\aleph_{N,T}$ คำนวณจากส่วนที่เหลือในสมการ (2.107) และ (2.108) Pedroni แสดงให้เห็นว่าค่าสถิติมีการแจกแจงแบบ Asymptotically ดังนี้

$$\frac{\aleph_{N,T} - \mu\sqrt{N}}{\sqrt{v}} \sim N(0,1) \tag{2.109}$$

โดยที่ μ และ v คือ Adjustment Term ที่สร้างโดย Monte Carlo

3. การทดสอบพาแนลโคอินทิเกรชันแบบ Fisher (Fisher Test)

ได้อ้างอิงแนวคิดการทดสอบพาแนลโคอินทิเกรชันแบบ Johansen ซึ่ง Fisher (1932) ได้เสนอการทดสอบที่รวบรวมการทดสอบแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง (Individual) ต่อมา Maddala and Wu (1999) ได้พัฒนาการทดสอบของ Fisher (1932) ในการทดสอบพาแนลโคอินทิเกรชันโดยการรวบรวมการทดสอบข้อมูลแต่ละหน่วยภาคตัดขวางเพื่อให้ได้การทดสอบทางสถิติแบบกลุ่ม (Full Panel)

$$2\sum_{i=1}^{N} \log(\pi_i) \sim \chi^2_{2n} \tag{2.110}$$

โดยที่ π_i คือ *P*–Value จากการทดสอบโคอินทิเกรชันแต่ละตัวสำหรับข้อมูลตัดขวาง i ภายใต้สมมติฐานหลักการทดสอบพาแนลโคอินทิเกรชัน

2.2.7 การทดสอบความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะสั้น (Error CorrectionMechanism: ECM)

การทดสอบ ECM เป็นการทดสอบที่ใช้อย่างแพร่หลายในการวิเคราะห์ความผันผวนในระยะสั้น เมื่อตัวแปรมีลักษณะไม่นิ่ง และไม่มีปัญหาความสัมพันธ์ไม่แท้จริง (Spurious Regression) ซึ่งสามารถเขียนแบบจำลอง ECM โดยทั่วไปได้ ดังนี้

$$\Delta Y_{it} = \alpha_1 + \alpha_2 ECT_{it-1} + \alpha_3 \Delta X_{it} + \alpha_4 \sum_{h=1}^{p} \Delta X_{it-h} + \alpha_5 \sum_{j=1}^{q} \Delta Y_{it-j} + \varepsilon_{it} \tag{2.111}$$

โดยที่ Δ คือ อนุพันธ์ลำดับที่ 1(1st Difference)

ε_{it} คือ ตัวแปรความคลาดเคลื่อนแบบสุ่ม

$ECT_{it-1} = (Y_{it-1} - \beta_1 - \beta_2 X_{it-1})$ คือ Error Correction Term ที่ได้จากการประมาณค่าแบบจำลองความสัมพันธ์ระยะยาว (Panel Cointegrating)

จากสมการ (2.111) ΔY ขึ้นอยู่กับ ΔX และค่าความคลาดเคลื่อนดุลยภาพถ้าค่าความคลาดเคลื่อนดุลยภาพไม่เท่ากับศูนย์แบบจำลองก็จะออกจากดุลยภาพ ถ้าสมมติให้ ΔY เท่ากับศูนย์และ ECT_{it-1} มีค่าเป็นบวก หมายความว่า Y_{it-1} จะมีค่ามากกว่าดุลยภาพ หลังจากนั้นถ้า α_2 มีค่าเป็นลบทำให้ตัวแปร $\alpha_2 ECT_{it-1}$ มีค่าเป็นลบด้วย จึงทำให้ ΔY_{it} มีค่าลดลงเพื่อกลับเข้าสู่ดุลยภาพ

ดังนั้นถ้า Y_{it} มีค่าสูงกว่าจุดดุลยภาพ ค่าความคลาดเคลื่อนก็จะถูกขจัดออกไปเพื่อให้ Y_{it} กลับเข้าสู่ดุลยภาพในระยะยาวต่อไป (ขจรพรรณ วณิชมหานนท์, 2553)

2.2.8 การทดสอบความเป็นเหตุเป็นผล (Granger Causality Test)

Granger CausalityTest เป็นเครื่องมือทางเศรษฐมิติที่คิดค้นโดย Granger (1969) ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการ Cointegration ที่ใช้หาความสัมพันธ์การเป็นเหตุเป็นผลกันโดยใช้ตัวแปรนั้นๆในช่วงเวลาก่อนหน้ามาอธิบายความสัมพันธ์ทางเศรษฐศาสตร์ระหว่างตัวแปรสองตัวว่าตัวแปรใดเป็นสาเหตุ และตัวแปรใดเป็นตัวที่เป็นผลกระทบที่เกิดจากตัวแปรนั้นในการทดสอบ Granger Causality แบบพาแนลจะต้องมีการระบุความสัมพันธ์ของตัวแปรก่อนโดยมีสมมติฐานหลักคือไม่มีความเป็นเหตุเป็นผลกันระหว่างตัวแปร ดังนั้นจะได้สมการการทดสอบตามแบบจำลองเชิงเส้น ดังนี้

$$\Delta y_{it} = \alpha_i + \sum_{j=0}^{J} \beta_i^j \Delta x_{it-j} + \sum_{j=1}^{J} \delta_i^j \Delta y_{it-j} + \varepsilon_{it} \tag{2.112}$$

$$\Delta x_{it} = \alpha_i + \sum_{j=0}^{J} \beta_i^j \Delta y_{it-j} + \sum_{j=1}^{J} \delta_i^j \Delta x_{it-j} + \varepsilon_{it} \tag{2.113}$$

โดยที่ y_{it} และ x_{it} คือ ตัวแปร Y และ X ที่ $i = 1, \ldots, N$ และ $t = 1, \ldots, N$ ซึ่ง $J \in N$ และ $\varepsilon_{i,i}$ มีลักษณะเป็น i.i.d $\left(0, \sigma_{\varepsilon,i}\right)$

Δ คือ อนุพันธ์ลำดับที่ 1(1st Difference)

ε_{it} คือ ค่าความคลาดเคลื่อน

2.3 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการใช้จ่ายของภาครัฐบาลและผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศของกลุ่มประเทศ GMS ผู้ศึกษาได้ทำการศึกษา วิเคราะห์เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อช่วยเป็นทิศทางในการศึกษาตลอดจนสรุปเป็นแนวความคิดเพื่อใช้สำหรับการศึกษาโดยพบว่า นักวิจัยหลายท่าน

ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างการใช้จ่ายของภาครัฐบาลและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ ด้วยวิธีการและเทคนิคที่แตกต่างกันออกไปในแต่ละกรณี เช่น Ram (1986) ศึกษาขนาดการใช้จ่ายของภาครัฐบาลและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ โดยใช้ข้อมูลภาคตัดขวางและข้อมูลอนุกรมเวลาระหว่างปี ค.ศ.1960 ถึง ค.ศ.1980 จำนวน 115 ประเทศ ซึ่งแบ่งออกเป็นประเทศพัฒนาจำนวน 20 ประเทศและประเทศกำลังพัฒนาจำนวน 95 ประเทศโดยใช้แบบจำลองสมการถดถอยเชิงซ้อนแบบกำลังสองน้อยที่สุด (OLS) ในการวิเคราะห์ข้อมูลผลการศึกษาพบว่าขนาดการใช้จ่ายของภาครัฐบาลของทั้งประเทศพัฒนาและประเทศกำลังพัฒนามีผลกระทบต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจในทิศทางบวก โดยการใช้จ่ายของภาครัฐบาลในช่วงปีค.ศ.1960 ถึงปี ค.ศ.1969 มีผลกระทบต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจมากกว่าการใช้จ่ายของภาครัฐบาลในช่วงปี ค.ศ.1970 ถึงปี ค.ศ.1979 ซึ่งจะเห็นได้ว่าการศึกษาดังกล่าวเป็นการศึกษาที่ชี้ให้เห็นว่าการใช้จ่ายของภาครัฐบาลมีผลต่อการเจริญเติบโตของเศรษฐกิจ

แต่อย่างไรก็ตามการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการใช้จ่ายของภาครัฐบาลและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจในระยะต่อมาทำให้เกิดแนวคิดเกี่ยวกับการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจจะส่งผลกระทบต่อการใช้จ่ายของภาครัฐบาล ซึ่ง Murthy (1993) ได้ทำการศึกษาเพื่อทดสอบแนวความคิดตาม Wagner's law ที่ว่าเมื่อเศรษฐกิจของประเทศขยายตัวแล้วจะส่งผลทำให้การใช้จ่ายของภาครัฐบาลเพิ่มขึ้นตามไปด้วย โดยใช้ข้อมูลเชิงอนุกรมเวลาของประเทศเม็กซิโกที่ประกอบด้วยสัดส่วนการใช้จ่ายของภาครัฐบาลต่อผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศและผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศที่แท้จริงต่อบุคคล โดยใช้ข้อมูลรายปีระหว่างปี ค.ศ.1950 ถึงปี ค.ศ.1980 ผลการศึกษาพบว่าสัดส่วนการใช้จ่ายของภาครัฐบาลต่อผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศและผลิตภัณฑ์มวลรวมในประเทศที่แท้จริงต่อบุคคลมีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะยาว จึงแสดงให้เห็นว่าแนวคิดของ Wagner's Law เป็นจริงในประเทศเม็กซิโก

ต่อมาได้มีการพัฒนาวิธีการศึกษาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างการใช้จ่ายของภาครัฐบาลและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจเพื่อให้ได้ผลการศึกษาที่มีความน่าเชื่อถือมากขึ้น โดย Lin (1994)ได้ศึกษาการใช้จ่ายของภาครัฐบาลและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจโดยวิเคราะห์การใช้จ่ายของภาครัฐบาลที่มีต่อความเจริญเติบโตของประเทศต่างๆจำนวน 62 ประเทศ ประกอบด้วยประเทศพัฒนา จำนวน 20 ประเทศและประเทศกำลังพัฒนาจำนวน 42 ประเทศโดยแบ่งการใช้จ่ายของภาครัฐบาลออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ การใช้จ่ายของภาครัฐบาลเพื่อการลงทุนหรือการใช้จ่ายเพื่อให้เกิดผลผลิต (Productive Government Spending) และการใช้จ่ายของภาครัฐบาลเพื่อการบริโภคหรือการใช้จ่ายที่ไม่ก่อให้เกิดผลผลิต (Non-Productive Government Spending) โดยวิเคราะห์ในรูปแบบจำลองSimultaneous Equation Model ที่ประกอบด้วย 3 สมการ ได้แก่ สมการการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ สมการการลงทุนของเอกชน สมการใช้จ่ายของรัฐบาลการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการประมาณค่าแบบกำลังสองน้อยที่สุด (OLS) วิธีกำลังสองน้อยที่สุดสองขั้น (Two-Stage Least Square) และวิธีกำลังสองน้อยที่สุดสามขั้น (Three-Stage Least Square) โดยใช้ข้อมูลอนุกรมเวลา (Time Series Data) และข้อมูลตัดขวาง (Cross Section Data) ระหว่างปี ค.ศ.1960

ถึง ค.ศ.1985 ผลการศึกษาพบว่าการใช้จ่ายของภาครัฐบาลมีผลกระทบต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจในทิศทางเดียวกันโดยการใช้จ่ายของภาครัฐบาลเพื่อการลงทุนหรือการใช้จ่ายที่ก่อให้เกิดผลผลิตมีผลกระทบต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจทั้งในประเทศพัฒนาและประเทศกำลังพัฒนาแต่การใช้จ่ายของภาครัฐบาลเพื่อการบริโภคหรือการใช้จ่ายที่ไม่ก่อให้เกิดผลผลิต เช่นการใช้จ่ายเพื่อการศึกษา การใช้จ่ายทางด้านการป้องกันประเทศไม่มีผลกระทบต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศ

หลังจากนั้น John and George (2005)ได้ศึกษาขนาดการใช้จ่ายของภาครัฐบาลและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ โดยใช้ข้อมูลอนุกรมเวลา (Time Series) ของประเทศอังกฤษ ไอร์แลนด์และประเทศกรีซระหว่างปี ค.ศ.1960ถึงปีค. ศ.1995โดยอาศัยแบบจำลองของ Brivariate and Trivariate System ด้วยวิธีการทำ Cointegration, Error Correction Machanism และ Travariate Granger Causality Test ในการวิเคราะห์ข้อมูลผลจากการศึกษาพบว่าการใช้จ่ายของภาครัฐบาลของประเทศอังกฤษ ไอร์แลนด์และประเทศกรีซมีผลต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจทั้งในระยะสั้นและระยะยาว จึงเป็นการปฏิเสธสมมติฐานที่ว่า การใช้จ่ายของภาครัฐบาลที่เพิ่มมากขึ้นเป็นการขัดขวางการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของแต่ละประเทศ ส่วนประเทศ กรีซก็เป็นจริงตามข้อสมมติฐานของ Wagner’s Law คือเมื่อเศรษฐกิจของประเทศมีการขยายตัวเพิ่มขึ้น การใช้จ่ายของภาครัฐบาลก็เพิ่มขึ้นด้วยเช่นกัน ตรงกันข้าม ประเทศอังกฤษและประเทศไอร์แลนด์พบว่า เมื่อระบบเศรษฐกิจของประเทศมีการเจริญเติบโตแล้วกลับส่งผลทำให้เกิดภาวะเงินเฟ้อรวมถึง นิศานาถ นิศากรเกรียงเดช (2548) ที่ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการใช้จ่ายของภาครัฐบาลและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศไทยทั้งในระยะสั้นและในระยะยาว โดยใช้ตัวแปร คือ การใช้จ่ายของภาครัฐบาล ผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศ สัดส่วนการใช้จ่ายของภาครัฐบาลต่อผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศ และผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศต่อจำนวนประชากรภายในประเทศ เป็นข้อมูลทุติยภูมิรายปีระหว่างปี พ.ศ.2493 ถึงปี พ.ศ.2546โดยการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างการใช้จ่ายของภาครัฐบาลและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศไทยนั้นได้ศึกษาความสัมพันธ์ใน 2รูปแบบ อาศัยความสัมพันธ์ตามรูปแบบของ Wiseman and Peacock (1996) ผลการศึกษาพบว่าการใช้จ่ายของภาครัฐบาลและผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศโดยการประยุกต์ใช้แบบจำลอง Error Correction Mechanism ปรากฏว่าทั้งสองตัวแปรความสัมพันธ์เชิงดุลภาพในระยะยาวมีกระบวนการปรับตัวในระยะสั้นและมีความสัมพันธ์เชิงเหตุและผลในลักษณะสองทิศทาง (Bi-Directional)

ตารางที่ 2.2 สรุปเอกสารและงานวิจัยการศึกษาการใช้จ่ายของภาครัฐบาลและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ

ชื่อ	วัตถุประสงค์	ข้อมูล	วิธีการ	สรุป
การศึกษาโดยใช้แบบจำลองของ Gershon Feder Model				
Ram (1986)	ศึกษาขนาดการใช้จ่ายของภาครัฐบาลและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ	ข้อมูลพาแนล 115 ประเทศระหว่างปี ค.ศ.1960 ถึงปีค.ศ.1980	การถดถอยเชิงซ้อนแบบกำลังสองน้อยที่สุด (OLS) โดยแบ่งออกเป็นสองคือในช่วงปี ค.ศ.1960 ถึงปีค.ศ.1969 และในช่วงปีค.ศ.1970 ถึงปี ค.ศ.1980	การใช้จ่ายของภาครัฐบาลส่งผลต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจใน 115 ประเทศในทิศทางบวกโดยการใช้จ่ายของภาครัฐบาลในช่วงปีค.ศ.1960 ถึงปี ค.ศ.1969 มีผลต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจมากกว่าการใช้จ่ายของภาครัฐบาลในช่วงปีค.ศ.1970 ถึงปี ค.ศ.1980
การศึกษาเพื่อทดสอบสมมติฐานของวากเนอร์ (Wagner's Law)				
Murthy (1993)	เพื่อทดสอบสมมติฐานของวากเนอร์ ที่ว่าเมื่อระบบเศรษฐกิจของประเทศมีขยายตัวเพิ่มขึ้นจะส่งผลทำให้เกิดการใช้จ่ายของภาครัฐบาลเพิ่มขึ้นด้วย	ข้อมูลเชิงอนุกรมเวลาของประเทศเม็กซิโกระหว่างปี ค.ศ.1950 ถึงปี ค.ศ.1980	การถดถอยเชิงซ้อนแบบกำลังสองน้อยที่สุด (OLS)	สัดส่วนการใช้จ่ายของภาครัฐบาลต่อผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศและผลิตภัณฑ์มวลรวมในประเทศที่แท้จริงต่อบุคลมีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะยาว

หมายเหตุ: รวบรวมโดยผู้ที่ศึกษา

ตารางที่ 2.2 (ต่อ)

ชื่อ	วัตถุประสงค์	ข้อมูล	วิธีการ	สรุป
การศึกษาความสัมพันธ์โดยวิธีแบบจำลอง Simultaneous Equation Model				
Lin (1994)	ศึกษาการใช้จ่ายของภาครัฐบาลที่มีผลต่อความเจริญเติบโตของประเทศต่างๆ	ข้อมูลพาแนลระหว่างปี ค.ศ.1960 ถึงปี ค.ศ. 1985 ของ 62 ประเทศ	- กำลังสองน้อยที่สุด (OLS) -วิธีกำลังสองน้อยที่สุดสองขั้น (Two-Stage Least Square) -วิธีกำลังสองน้อยที่สุดสามขั้น (Three-Stage Least Square)	การใช้จ่ายของภาครัฐบาลส่งผลต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจในทิศทางเดียวกันโดยการใช้จ่ายเพื่อการลงทุนส่งผลต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจทั้งในประเทศพัฒนาและกำลังพัฒนา แต่การใช้จ่ายเพื่อการบริโภคไม่ส่งผลต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ
การศึกษาความสัมพันธ์โดยวิธี Brivariate and Trivariate System				
John and George (2005)	ศึกษาขนาดการใช้จ่ายของภาครัฐบาลและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ	ข้อมูลอนุกรมเวลาของประเทศอังกฤษ ไอร์แลนด์และกรีซ ระหว่างปี ค.ศ.1960 ถึงปี ค.ศ.1995	- Bivariate Causality Testing - TrivariateCausality Testing (เพิ่มตัวแปรอัตราเงินเฟ้อและการว่างงาน)	การใช้จ่ายของภาครัฐบาลของอังกฤษไอร์แลนด์และกรีซส่งผลทำให้เกิดการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจทั้งในระยะสั้นและในระยะยาวนอกจากนั้นประเทศ Greece ยังสนุบสนุนตามกฎของวากเนอร์

หมายเหตุ: รวบรวมโดยผู้ที่ศึกษา

ตารางที่ 2.2 (ต่อ)

ชื่อ	วัตถุประสงค์	ข้อมูล	วิธีการ	สรุป
การศึกษาความสัมพันธ์ตามรูปแบบของ Wiseman and Peacock				
นิศานาถ นิศากรเกรียงเดช (2548)	ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการใช้จ่ายของภาครัฐบาลกับการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศไทยทั้งในระยะสั้นและระยะยาว	ข้อมูลทุติยภูมิรายปีระหว่างปีพ.ศ.2493 ถึงปีพ.ศ.2546	- Error Correction Mechanism (ECM) - Granger Causality	การใช้จ่ายของภาครัฐบาลและผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศมีสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะยาวมีการปรับตัวในระยะสั้นเพื่อเข้าสู่ดุลยภาพในระยะยาวและมีความเป็นเหตุเป็นผลกันในลักษณะสองทิศทาง (Bi-Directional)