ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

การคำนวณหาความสัมพันธ์ของค่าความเอนเอียงในค่าสัมประสิทธิ์ (bias) กับค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (correlation coefficient : r) ระหว่างตัวแปรอิสระ X_1 กับ X_4

จากที่รู้ว่า

$$E\left(\underline{\hat{\beta}}^*\right)-\underline{\beta}=[Bias]_{4\times1}=\left(X^{*'}X^*\right)^{-1}X^{*'}X_4\beta_4 \qquad (ก.1)$$

เพราะฉะนั้น

$$[Bias]_{4\times1}=\begin{bmatrix}p_{04}\\p_{14}\\p_{24}\\p_{34}\end{bmatrix}\beta_4 \qquad (ก.2)$$

ซึ่ง P_{04}, P_{14}, P_{24}, P_{34} คือสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการถดถอย X_4 กับ X_1, X_2 และ X_3 คือ

$$X_4=P_{04}+P_{14}X_1+P_{24}X_2+P_{34}X_3+residual \qquad (ก.3)$$

ซึ่งสามารถที่จะแปลงให้อยู่ในรูปของ $r_{x_1x_4}, r_{x_2x_4}, r_{x_3x_4}$ ได้โดยวิธีการดังต่อไปนี้

จากการหาค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการถดถอย X_4 กับ X_1, X_2 และ X_3 คือ

$$(X^{*'}X^*)^{-1}X^{*'}X_4=\begin{bmatrix}n & \sum X_1 & \sum X_2 & \sum X_3\\ \sum X_1 & \sum X_1^2 & \sum X_1X_2 & \sum X_1X_3\\ \sum X_2 & \sum X_2X_1 & \sum X_2^2 & \sum X_2X_3\\ \sum X_3 & \sum X_3X_1 & \sum X_3X_2 & \sum X_3^2\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\sum X_4\\ \sum X_4X_1\\ \sum X_4X_2\\ \sum X_4X_3\end{bmatrix}$$

เพราะฉะนั้นการเอนเอียงที่เกิดขึ้นใน bias$_0$, bias$_1$, bias$_2$ และ bias$_3$ ที่มีความสัมพันธ์กับค่า $r_{x_1x_4}, r_{x_2x_4}, r_{x_3x_4}$ คือ

$$\begin{aligned} bias_0 &= a_0 + a_1 r_{x_1x_4} + a_2 r_{x_2x_4} + a_3 r_{x_3x_4} \\ bias_1 &= b_0 + b_1 r_{x_1x_4} + b_2 r_{x_2x_4} + b_3 r_{x_3x_4} \\ bias_2 &= c_0 + c_1 r_{x_1x_4} + c_2 r_{x_2x_4} + c_3 r_{x_3x_4} \\ bias_3 &= d_0 + d_1 r_{x_1x_4} + d_2 r_{x_2x_4} + d_3 r_{x_3x_4} \end{aligned} \tag{ก.4}$$

เมื่อ

$$a_0 = \frac{\beta_4}{\det\left(X^{*'}X^{*}\right)}\left[\sum X_1^2\sum X_2^2\sum X_3^2 - \sum X_1^2\left(\sum X_2X_3\right)^2 - \sum X_2^2\left(\sum X_1X_3\right)^2 - \sum X_3^2\left(\sum X_2X_1\right)^2 + 2\sum X_2X_1\sum X_2X_3\sum X_3X_1\right]\sum X_4$$

$$a_1 = -\frac{\beta_4\sigma_1\sigma_4}{\det\left(X^{*'}X^{*}\right)}\left[\sum X_1\sum X_2^2\sum X_3^2 - \sum X_1\left(\sum X_2X_3\right)^2 - \sum X_3^2\sum X_2X_1\sum X_2 + \sum X_2X_1\sum X_3\sum X_3X_2 + \sum X_3X_1\sum X_2\sum X_3X_2 - \sum X_2^2\sum X_3X_1\sum X_3\right]$$

$$a_2 = \frac{\beta_4\sigma_2\sigma_4}{\det\left(X^{*'}X^{*}\right)}\left[\sum X_1\sum X_1X_2\sum X_3^2 - \sum X_1\sum X_1X_3\sum X_2X_3 - \sum X_2\sum X_3^2\sum X_1^2 - \sum X_1^2\sum X_3\sum X_3X_2 + \sum X_2\left(X_1X_3\right)^2 - \sum X_3X_1\sum X_3\sum X_2X_1\right]$$

$$a_3 = -\frac{\beta_4\sigma_3\sigma_4}{\det\left(X^{*'}X^{*}\right)}\left[\sum X_1\sum X_1X_2\sum X_2X_3 - \sum X_1\sum X_1X_3\sum X_2^2 - \sum X_1^2\sum X_2X_3\sum X_2 + \sum X_1^2\sum X_3\sum X_2^2 + \sum X_2X_1\sum X_2\sum X_1X_3 - \sum X_3^2\left(\sum X_2X_1\right)^2\right]$$

$$b_0 = -\frac{\beta_4}{\det\left(X^{*'}X^{*}\right)}\left[\sum X_1\sum X_2^2\sum X_3^2 - \sum X_1\left(\sum X_2X_3\right)^2 - \sum X_3^2\sum X_2X_1\sum X_2 + \sum X_2X_1\sum X_3\sum X_3X_2 + \sum X_3X_1\sum X_2\sum X_3X_2 - \sum X_2^2\sum X_3X_1\sum X_3\right]\sum X_4$$

$$b_1 = \frac{\beta_4\sigma_1\sigma_4}{\det\left(X^{*'}X^{*}\right)}\left[n\sum X_2^2\sum X_3^2 - n\left(\sum X_2X_3\right)^2 - \left(\sum X_2\right)^2\sum X_3^2 + 2\sum X_2\sum X_3\sum X_2X_3 - \left(\sum X_3\right)^2\right]$$

$$b_2 = -\frac{\beta_4\sigma_2\sigma_4}{\det\left(X^{*'}X^{*}\right)}\left[n\sum X_1X_2\sum X_3^2 - n\sum X_1X_3\sum X_2X_3 - \sum X_1\sum X_2\sum X_3^2 + \sum X_1\sum X_3\sum X_2X_3 + \sum X_2\sum X_3\sum X_1X_3 - \left(\sum X_3\right)^2\sum X_1X_2\right]$$

$$b_3 = \frac{\beta_4\sigma_3\sigma_4}{\det\left(X^{*'}X^{*}\right)}\left[n\sum X_1X_2\sum X_2X_3 - n\sum X_1X_3\sum X_2^2 - \sum X_1\sum X_2\sum X_2X_3 + \sum X_1\sum X_3\sum X_2^2 - \sum X_2\sum X_3\sum X_1X_2 - \left(\sum X_2\right)^2\sum X_1X_3\right]$$

$$c_0 = \frac{\beta_4}{\det\left(X^{*'}X^{*}\right)}\left[\sum X_1\sum X_1X_2\sum X_3^2 - \sum X_1\sum X_1X_3\sum X_2X_3 - \sum X_2\sum X_3^2\sum X_1^2 - \sum X_1^2\sum X_3\sum X_3X_2 + \sum X_2\left(X_1X_3\right)^2 - \sum X_3X_1\sum X_3\sum X_2X_1\right]\sum X_4$$

$$c_1 = -\frac{\beta_4\sigma_1\sigma_4}{\det\left(X^{*'}X^{*}\right)}\left[n\sum X_1X_2\sum X_3^2 - n\sum X_1X_3\sum X_2X_3 - \sum X_1\sum X_2\sum X_3^2 + \sum X_1\sum X_3\sum X_2X_3 + \sum X_2\sum X_3\sum X_1X_3 - \left(\sum X_3\right)^2\sum X_1X_2\right]$$

$$c_2 = \frac{\beta_4\sigma_2\sigma_4}{\det\left(X^{*'}X^{*}\right)}\left[n\sum X_3^2\sum X_1^2 - n\left(\sum X_1X_3\right)^2 - \left(\sum X_1\right)^2\sum X_3^2 + 2\sum X_1\sum X_3\sum X_1X_3 - \left(\sum X_3\right)^2\sum X_1^2\right]$$

$$c_3 = -\frac{\beta_4\sigma_3\sigma_4}{\det\left(X^{*'}X^{*}\right)}\left[n\sum X_1^2\sum X_2X_3 - n\sum X_1X_3\sum X_1X_2 - \left(\sum X_1\right)^2\sum X_2X_3 + \sum X_1\sum X_3\sum X_1X_2 + \sum X_1\sum X_2\sum X_1X_3 - \sum X_2\sum X_3\sum X_1^2\right]$$

$$d_0 = -\frac{\beta_4}{\det\left(X^{*'}X^{*}\right)}\left[\sum X_1\sum X_1X_2\sum X_2X_3 - \sum X_1\sum X_1X_3\sum X_2^2 - \sum X_1^2\sum X_2X_3\sum X_2 + \sum X_1^2\sum X_3\sum X_2^2 + \sum X_2X_1\sum X_2\sum X_1X_3 - \sum X_3^2\left(\sum X_2X_1\right)^2\right]\sum X_4$$

$$d_1 = \frac{\beta_4\sigma_1\sigma_4}{\det\left(X^{*'}X^{*}\right)}\left[n\sum X_1X_2\sum X_2X_3 - n\sum X_1X_3\sum X_2^2 - \sum X_1\sum X_2\sum X_2X_3 + \sum X_1\sum X_3\sum X_2^2 - \sum X_2\sum X_3\sum X_1X_2 - \left(\sum X_2\right)^2\sum X_1X_3\right]$$

$$d_2 = -\frac{\beta_4\sigma_2\sigma_4}{\det\left(X^{*'}X^{*}\right)}\left[n\sum X_1^2\sum X_2X_3 - n\sum X_1X_3\sum X_1X_2 - \left(\sum X_1\right)^2\sum X_2X_3 + \sum X_1\sum X_3\sum X_1X_2 + \sum X_1\sum X_2\sum X_1X_3 - \sum X_2\sum X_3\sum X_1^2\right]$$

$$d_3 = \frac{\beta_4\sigma_3\sigma_4}{\det\left(X^{*'}X^{*}\right)}\left[n\sum X_1^2\sum X_2^2 - n\left(\sum X_1X_2\right)^2 - \left(\sum X_1\right)^2\sum X_2^2 + 2\sum X_1\sum X_2\sum X_1X_2 - \sum X_1^2\left(\sum X_2\right)^2\right]$$

ภาคผนวก ข

การคำนวณหาความสัมพันธ์ของค่าความเอนเอียงในพารามิเตอร์ (bias) กับค่าสัมประสิทธิ์ของการตัดสินใจ (Coefficient of determination : R^2)

จาก $R^2 = \dfrac{\hat{\beta}' X'Y - \frac{1}{n}\left(\sum Y\right)^2}{Y'Y - \frac{1}{n}\left(\sum Y\right)^2}$ ดังนั้น ค่า R^2 ของแบบจำลองทดสอบก็คือ

$$R^{*2} = \frac{\hat{\beta}^{*\prime} X^{*\prime} Y - \frac{1}{n}\left(\sum Y\right)^2}{Y'Y - \frac{1}{n}\left(\sum Y\right)^2} \qquad (ข.1)$$

เพราะฉะนั้นผลต่างของค่า R^2 ระหว่างแบบจำลองทดสอบกับแบบจำลองที่แท้จริงก็คือ

$$\begin{aligned} R^{*2} - R^2 &= \frac{\hat{\beta}^{*\prime} X^{*\prime} Y - \frac{1}{n}\left(\sum Y\right)^2}{Y'Y - \frac{1}{n}\left(\sum Y\right)^2} - \frac{\hat{\beta}' X'Y - \frac{1}{n}\left(\sum Y\right)^2}{Y'Y - \frac{1}{n}\left(\sum Y\right)^2} \\ &= \frac{\hat{\beta}^{*\prime} X^{*\prime} Y - \hat{\beta}' X'Y}{Y'Y - \frac{1}{n}\left(\sum Y\right)^2} \\ &= \frac{\left(\hat{\beta}^{*\prime} X^{*\prime} - \hat{\beta}' X'\right) Y}{Y'Y - \frac{1}{n}\left(\sum Y\right)^2} \end{aligned} \qquad (ข.2)$$

ถ้าให้ $W = \dfrac{Y}{Y'Y - \frac{1}{n}\left(\sum Y\right)^2}$ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
R^{*2} - R^2 &= \left(\widehat{\beta}^{*\prime} X^{*\prime} - \widehat{\beta}^{\prime} X^{\prime} \right) W_{100\times1} \\
&= \left[\begin{bmatrix} \widehat{\beta}_0^* & \widehat{\beta}_1^* & \widehat{\beta}_2^* & \widehat{\beta}_3^* \end{bmatrix}_{1\times4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1100} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2100} \\ X_{31} & X_{32} & \cdots & X_{3100} \end{bmatrix}_{4\times100} - \begin{bmatrix} \widehat{\beta}_0 & \widehat{\beta}_1 & \widehat{\beta}_2 & \widehat{\beta}_3 & \widehat{\beta}_4 \end{bmatrix}_{1\times5} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1100} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2100} \\ X_{31} & X_{32} & \cdots & X_{3100} \\ X_{41} & X_{42} & \cdots & X_{4100} \end{bmatrix}_{5\times100} \right] W_{100\times1} \\
&= \begin{bmatrix} \left[\left(\widehat{\beta}_0^* + \widehat{\beta}_1^* X_{11} + \widehat{\beta}_2^* X_{21} + \widehat{\beta}_3^* X_{31} \right) \;\cdots\; \left(\widehat{\beta}_0^* + \widehat{\beta}_1^* X_{1100} + \widehat{\beta}_2^* X_{2100} + \widehat{\beta}_3^* X_{3100} \right) \right]_{1\times100} \\ - \left[\left(\widehat{\beta}_0 + \widehat{\beta}_1 X_{11} + \widehat{\beta}_2 X_{21} + \widehat{\beta}_3 X_{31} + \widehat{\beta}_4 X_{41} \right) \;\cdots\; \left(\widehat{\beta}_0 + \widehat{\beta}_1 X_{1100} + \widehat{\beta}_2 X_{2100} + \widehat{\beta}_3 X_{3100} + \widehat{\beta}_4 X_{4100} \right) \right]_{1\times100} \end{bmatrix} W_{100\times1} \\
&= \begin{bmatrix} \left(bias_0 W_1 + bias_1 X_{11} W_1 + bias_2 X_{21} W_1 + bias_3 X_{31} W_1 - \widehat{\beta}_4 X_{41} W_1 \right) \\ + \left(bias_0 W_2 + bias_1 X_{12} W_2 + bias_2 X_{22} W_2 + bias_3 X_{32} W_2 - \widehat{\beta}_4 X_{42} W_2 \right) \\ \vdots \\ + \left(bias_0 W_{100} + bias_1 X_{1100} W_{100} + bias_2 X_{2100} W_{100} + bias_3 X_{3100} W_{100} - \widehat{\beta}_4 X_{4100} W_{100} \right) \end{bmatrix}_{1\times1} \\
&= bias_0 \sum_{i=1}^{100} W_i + bias_1 \sum_{i=1}^{100} X_{1i} W_i + bias_2 \sum_{i=1}^{100} X_{2i} W_i + bias_3 \sum_{i=1}^{100} X_{3i} W_i - \widehat{\beta}_4 \sum_{i=1}^{100} X_{4i} W_i
\end{aligned}
$$

(ข.3)

ดังนั้นแล้วความสัมพันธ์ของค่าความเอนเอียงในค่าสัมประสิทธิ์ (bias) กับค่า R^2 ก็คือ

$$R^{*2} - R^2 = \alpha + \omega_0 bias_0 + \omega_1 bias_1 + \omega_2 bias_2 + \omega_3 bias_3$$

(ข.4)

เมื่อ $\alpha = -\widehat{\beta}_4 \sum_{i=1}^{100} X_{4i} W_i$

$\omega_0 = \sum_{i=1}^{100} W_i$; $\omega_2 = \sum_{i=1}^{100} X_{2i} W_i$

$\omega_1 = \sum_{i=1}^{100} X_{1i} W_i$; $\omega_3 = \sum_{i=1}^{100} X_{3i} W_i$

ภาคผนวก ค

วิธีการ White's general heteroscedasticity

วิธีการนี้จะไม่ได้ขึ้นอยู่กับข้อสมมุติของการเป็นลักษณะทั่วไป (normality assumption) และยังเป็นวิธีการที่ง่ายเป็นอย่างมากต่อการนำไปใช้ เพื่อให้ง่ายต่อการอธิบาย จะพิจารณาแบบจำลองการถดถอย 3 ตัวแปร

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + u_i \qquad (ค.1)$$

กระบวนการทดสอบแบบ White มีดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำการถดถอยเพื่อหาค่าของสัมประสิทธิ์และค่าส่วนที่เหลือ (residuals: u_i)

ขั้นที่ 2 ทำการถดถอยสมการช่วย (auxiliary) คือ

$$\hat{u}_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 X_{2i} + \alpha_3 X_{3i} + \alpha_4 X_{2i}^2 + \alpha_5 X_{3i}^2 + \alpha_6 X_{2i} X_{3i} + v_i \qquad (ค.2)$$

นั้นก็คือทำการถดถอยค่าส่วนที่เหลือยกกำลัง 2 กับตัวแปรอิสระทุกตัว ตัวแปรอิสระทุกตัวที่ยกกำลัง 2 และค่าผลคูณไขว้ (cross products) ของตัวแปรอิสระ สิ่งสำคัญคือ ในการการถดถอยของสมการช่วยนี้จะต้องมีค่าคงที่เสมอ แม้ว่าในสมการของแบบจำลองจะไม่มีค่าคงที่ก็ตาม จากนั้นก็หาค่า R^2 ของสมการช่วยออกมา

ขั้นที่ 3 ตั้งสมมุติฐาน โดยสมมุติฐานเบื้องต้น (H_0) คือ ไม่เกิดปัญหา heteroscedasticity และถ้าข้อมูลมีจำนวนค่าสังเกตเท่ากับ n ดังนั้น $n.R^2$ จะมีลักษณะเป็น asymptotically ที่มีการกระจายแบบ chi-square ด้วยการมีระดับของความเป็นอิสระ (degree of freedom : df) ที่เท่ากับจำนวนของตัวแปรอิสระที่อยู่ในสมการช่วย (ในที่นี้ก็คือ 5) นั้นคือ

$$n.R^2 \quad \chi^2_{df}$$

ขั้นที่ 4 ถ้าค่า chi-square ที่หามาได้เกินกว่าค่า chi-square ณ ระดับวิกฤตที่ระดับนัยสำคัญที่เลือกไว้ ก็จะสามารถที่จะสรุปได้ว่า แบบจำลองนี้เกิดปัญหา heteroscedasticity แต่ถ้ามีค่าไม่เกินค่าวิกฤต ก็แสดงว่าไม่เกิดปัญหา heteroscedasticity ซึ่งค่า $\alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = \alpha_6 = 0$

ภาคผนวก ง

การทดสอบอัตราส่วนความแปรปรวนของประชากร 2 กลุ่ม

ขั้นที่ 1 กำหนดสมมุติฐาน

$$H_0 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = c$$

$$H_1 : \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} <, >, \neq c$$

เมื่อ σ_1^2, σ_2^2 คือค่าความแปรปรวนของประชากร กลุ่มตัวอย่างที่ 1 และกลุ่มที่ 2 ตามลำดับ

ขั้นที่ 2 หาค่า f วิกฤต ณ ระดับนัยสำคัญที่กำหนดให้ เช่น α =0.05 นั้นคือ

$F \geq F_{1-\frac{\alpha}{2};d.f.1,d.f.2}$ และ/หรือ $F \leq F_{\frac{\alpha}{2};d.f.1,d.f.2}$

ขั้นที่3 คำนวณ หาค่า f จาก

$$F_{cal} = \frac{s_1^2}{s_2^2}\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$$

เมื่อ s_1^2, s_2^2 คือ ค่าความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่างที่ 1 และกลุ่มที่ 2 ตามลำดับ

ขั้นที่ 4 เปรียบเทียบค่า f วิกฤตกับค่า f ที่คำนวณมาได้

ขั้นที่ 5 สรุปผลว่าจะปฏิเสธสมมุติฐานหลักหรือไม่

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ	นาย ณธพงศ์ แก้วสมพงษ์
วัน เดือน ปี เกิด	6 พฤศจิกายน พ.ศ. 2521
ประวัติการศึกษา	สำเร็จการศึกษามัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนบุญวาทย์วิทยาลัย ปีการศึกษา 2535
	สำเร็จการศึกษามัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนบุญวาทย์วิทยาลัย ปีการศึกษา 2538
	สำเร็จการศึกษาปริญญาเศรษฐศาสตร์บัณฑิต มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ สาขาเศรษฐศาสตร์ ปีการศึกษา 2542
ทุนการศึกษา	ทุนการศึกษาสำหรับนักศึกษาบัณฑิตศึกษาจากเงินค่าบำรุงพิเศษ คณะเศรษฐศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ประจำปีการศึกษา 2545