บทที่ 3

ระเบียบวิธีการศึกษา

เนื่องจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีวัตถุประสงค์ในการประมาณและทดสอบด้วยวิธีการทางเศรษฐมิติเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างตลาดหลักทรัพย์ของแต่ละประเทศโดยใช้ดัชนีตลาดหลักทรัพย์ของประเทศ 10 ประเทศตามระยะเวลาที่ต้องการพิจารณาเป็นข้อมูลในการศึกษาโดยตัวแปรที่ใช้การศึกษาคือ

$$X_t^i = \left(x_t^{Th}, x_t^{C}, x_t^{H}, x_t^{J}, x_t^{K}, x_t^{T}, x_t^{I}, x_t^{M}, x_t^{P}, x_t^{S}\right)'$$

โดย X_t^i คือ ดัชนีตลาดหลักทรัพย์ของประเทศ i

i คือ ประเทศไทย (Th) จีน (C) ฮ่องกง (H) ญี่ปุ่น (J) เกาหลีใต้ (K) ไต้หวัน (T) อินโดนีเซีย (I) มาเลเซีย (M) ฟิลิปปินส์ (P) และสิงคโปร์ (S)

มีขั้นตอนในการศึกษาดังต่อไปนี้

1. ทดสอบความเป็น Stationary ของตัวแปรที่นำมาทำการศึกษาโดยวิธี Augmented Dickey-Fuller (ADF) Test

2. นำตัวแปรที่ทำการทดสอบโดยวิธี ADF แล้ว พิจารณาดุลยภาพในระยะยาว ตามวิธีการของ Johansen และ Juselius (1990)

    2.1 พิจารณาหา Lag Length โดยวิธี Likelihood Ratio Test

    2.2 เลือกรูปแบบแบบจำลองที่เหมาะสม

    2.3 คำนวณหาจำนวน Cointegrating Vectors โดยวิธี Maximal Eigenvalue Statistic (λ_{Max}) และวิธี Trace Statistic (λ_{Trace})

3. เมื่อพบว่าแบบจำลองมีความสัมพันธ์ในระยะยาวแล้ว ใช้วิธีการของ Error Correction Model มาคำนวณหาลักษณะการปรับตัวในระยะสั้น

4. ทดสอบความสัมพันธ์ที่เป็นเหตุเป็นผลต่อกันระหว่างตัวแปร โดยวิธี Granger Causality

5. คำนวณหาระดับความเป็นอิสระ (Degree of Exogeneity) ต่อกันระหว่างตัวแปรเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงโดยฉับพลัน (Shock) ของแต่ละตัวแปรโดยวิธี Variance Decomposition

จากที่ได้กล่าวถึงระเบียบวิธีวิจัยพอสังเขป ต่อไปจะเป็นการนำเสนอขั้นตอนการศึกษาในส่วนต่าง ๆ อย่างละเอียด ซึ่งมีลำดับดังต่อไปนี้

3.1 Unit Root Test

การทดสอบ Unit Root มีหลายวิธี แต่ที่นิยมใช้กัน คือ วิธีการทดสอบของ Dickey and Fuller โดยสามารถจำแนกเป็น 2 วิธีคือ

1. Dickey-Fuller (DF) Test

ทำการทดสอบสมการถดถอย (Regression Equation) ที่แตกต่างกัน 3 รูปแบบ คือ

$$x_t = a_1 x_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (3.1.1)$$

$$x_t = a_0 + a_1 x_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (3.1.2)$$

$$x_t = a_0 + a_1 x_{t-1} + a_2 T + \varepsilon_t \qquad (3.1.3)$$

โดย x_t คือ ตัวแปรที่ต้องการศึกษา ณ เวลา t

x_{t-1} คือ ตัวแปรที่ต้องการศึกษา ณ เวลา t-1

a_0 , a_1 และ a_2 คือ ค่าคงที่

T คือ Time Trend

ε_t คือ ตัวแปรสุ่ม (Random Variables) ที่มีค่าเฉลี่ย (Mean) เท่ากับศูนย์และมีค่าความแปรปรวน (Variance) คงที่ เขียนแทนด้วย $\varepsilon_t \sim$ iid $(0,\sigma_\varepsilon^2)$

ความแตกต่างที่สำคัญระหว่างสมการถดถอยทั้ง 3 สมการ คือการเพิ่มพจน์ a_0 และ $a_2 T$ ในสมการ โดยสมการแรกเรียกว่า Pure Random Walk Model สมการที่สองเพิ่มพจน์ของค่าคงที่ (a_0) หรือ Drift Term สมการที่สาม นำ Drift Term และ Linear Time Trend เพิ่มเข้าไปในสมการ (Enders, 1995)

ในการทดสอบว่า x_t มีลักษณะเป็น Stationary Process (x_t ~I(0)) หรือไม่ สามารถทดสอบได้โดยการแปลงสมการทั้งสามสมการ (สมการ (3.1.1)-(3.1.3)) ให้อยู่ในรูปของ First Differencing (Δx_t) ดังนี้

$$\Delta x_t = x_t - x_{t-1} = a_1 x_{t-1} - x_{t-1} + \varepsilon_t = (a_1 - 1)x_{t-1} + \varepsilon_t$$
$$= b x_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (3.1.4)$$

$$\Delta x_t = x_t - x_{t-1} = a_0 + a_1 x_{t-1} - x_{t-1} + \varepsilon_t = a_0 + (a_1 - 1)x_{t-1} + \varepsilon_t$$
$$= a_0 + b x_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (3.1.5)$$

$$\Delta x_t = x_t - x_{t-1} = a_0 + a_1 x_{t-1} - x_{t-1} + a_2 T + \varepsilon_t = a_0 + (a_1 - 1)x_{t-1} + a_2 T + \varepsilon_t$$
$$= a_0 + b x_{t-1} + a_2 T + \varepsilon_t \qquad (3.1.6)$$

โดย $b = (a_1 - 1)$

2. Augmented Dickey-Fuller (ADF) Test

เป็นการทดสอบ Unit Root อีกแบบที่พัฒนาจาก Dickey-Fuller Test ซึ่งสามารถทดสอบตัวแปรในกรณีที่ ตัวแปรสุ่ม (Error Term : ε_t) มีความสัมพันธ์กันในระดับสูง (Higher-Order Autogressive Moving Average Processes) โดยเพิ่มพจน์ $\sum_{i=2}^{P}\beta_i\Delta x_{t-i+1}$ ในสมการ (3.1.4)-(3.1.6) โดยที่ Δx_{t-i+1} และ P เป็นจำนวนของ Lagged Values of First Differences of the Dependent Variable ที่ใส่เข้าไปเพื่อแก้ปัญหา Autocorrelation ในตัวแปรสุ่ม ε_t สมการที่ได้คือ

$$\Delta x_t = bx_{t-1} + \sum_{i=2}^{P}\beta_i\Delta x_{t-i+1} + \varepsilon_t \qquad (3.1.7)$$

$$\Delta x_t = a_0 + bx_{t-1} + \sum_{i=2}^{P}\beta_i\Delta x_{t-i+1} + \varepsilon_t \qquad (3.1.8)$$

$$\Delta x_t = a_0 + bx_{t-1} + a_2T + \sum_{i=2}^{P}\beta_i\Delta x_{t-i+1} + \varepsilon_t \qquad (3.1.9)$$

การทดสอบแบบ Dickey-Fuller Test และ Augmented Dickey-Fuller Test ทดสอบโดยมีสมมติฐานหลัก (Null Hypothesis : H_0) ในการทดสอบคือ $b = 0$ หรือ $a_1 = 1$ ในขณะที่สมมติฐานรอง (Alternative Hypothesis : H_1) ในการทดสอบคือ $|a_1| < 1$ หากไม่สามารถปฏิเสธสมมติฐานหลักได้ แสดงว่าตัวแปร x_t มี Unit Root หรือ เป็น Non-stationary ซึ่งมีขั้นตอนในการทดสอบดังต่อไปนี้

1. ประมาณค่าสัมประสิทธิ์ในแต่ละสมการด้วยวิธี Ordinary Least Squares (OLS) (Enders, 1995) จะได้ค่าประมาณของ a_0 a_2 และ b และค่า Standard Error ของค่าสัมประสิทธิ์ในแต่ละสมการ โดยมุ่งพิจารณาที่ค่า b และค่า Standard Error ของค่า b ในสมการนั้น ๆ

2. คำนวณหาค่า t-statistic โดยมีสูตรคำนวณคือ b /Standard Error = t-statistic

3. นำค่า t-statistic ที่ได้จากการคำนวณจากข้อ 2 เทียบค่าในตาราง Dickey Fuller Table

การเปรียบเทียบค่า t-statistic กับตาราง Dickey Fuller Table (ในภาคผนวก ข) จะมีวิธีการเปรียบเทียบค่าต่างกัน กล่าวคือในตาราง Dickey-Fuller Table (ในภาคผนวก ข) มีการแบ่งค่าเป็น 3 ส่วน แต่ละส่วนแบ่งตามสมการที่ใช้ในการทดสอบ Unit Root โดยค่า τ ใช้กับสมการที่ (3.1.1) และ (3.1.4) ซึ่งมีค่า Intercept และ Trend Term เท่ากับศูนย์ ($a_0 = a_2 = 0$) ค่า τ_μ ใช้กับสมการที่ (3.1.2) และ (3.1.5) ซึ่งมีค่า Intercept ไม่เท่ากับศูนย์แต่ Trend Term เท่ากับศูนย์ ($a_0 \neq 0$, $a_2 = 0$) และค่า τ_τ ใช้กับสมการที่ (3.1.3) และ (3.1.6) ซึ่งมีค่า Intercept และ Trend Term ไม่เท่ากับศูนย์

พิจารณาค่า τ, τ_μ และ τ_τ ตามขนาดของกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยและระดับนัยสำคัญ (Significant Level) ซึ่งค่าวิกฤตของ $b = 0$ ขึ้นอยู่กับขนาดของกลุ่มตัวอย่าง (Sample Size) และสม

การที่ใช้ (Dickey and Fuller, 1979) โดยค่าวิกฤต (Critical Value) ของค่า t-statistic ที่คำนวณได้ แปรผกผันกับขนาดของกลุ่มตัวอย่าง (Enders, 1995)

หากต้องการทดสอบกรณี b ร่วมกับ a_0 หรือ b ร่วมกับ a_2 หรือ b ร่วมกับทั้ง a_0 และ a_2 สามารถทดสอบได้โดยคำนวณหาค่า F-statistic (Φ_1 , Φ_2 และ Φ_3) ซึ่งมีสมการดังนี้

$$\Phi = \frac{(T-K)(RSS_r - RSS_{ur})}{q(RSS_{ur})} \tag{3.1.10}$$

โดย RSS_r = the Sum of the Squared Residuals From the restricted Model

RSS_{ur} = the Sum of the Squared Residuals From the Unrestricted Model

T = Number of Usable Observations

K = Number of Parameters Estimated in the Unrestricted Model

q = Number of Parameters Estimated in the Restricted Model

ค่า F-statistic ที่ได้จะนำมาเปรียบเทียบกับ Dickey-Fuller Table (ในภาคผนวก ค) โดยมีการแบ่งค่าเป็น 3 ส่วนตามสมมติฐานร่วม (Joint Hypothesis) ที่กำหนดขึ้นมา คือ

1. สมมติฐานหลัก (Null Hypothesis) คือ H_0 : $b = a_0 = 0$ จะเปรียบเทียบกับค่า Φ_1 (ใช้กับสมการที่ (3.1.2), (3.1.4) และ (3.1.8))

2. สมมติฐานหลัก (Null Hypothesis) คือ H_0 : $b = a_0 = a_2 = 0$ จะเปรียบเทียบกับค่า Φ_2 (ใช้กับสมการที่ (3.1.3), (3.1.6) และ (3.1.9))

3. สมมติฐานหลัก (Null Hypothesis) คือ H_0 : $b = a_2 = 0$ จะเปรียบเทียบกับค่า Φ_3 (ใช้กับสมการที่ (3.1.3), (3.1.6) และ (3.1.9))

โดยพิจารณา Φ_1 , Φ_2 และ Φ_3 ตามขนาดของกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย (Sample Size) และ ระดับนัยสำคัญ (Significant Level) ในตาราง Dickey-Fuller Table (ในภาคผนวก ค)

ในการทดสอบ Unit Root หากพบว่าข้อมูลมีลักษณะเป็น Non – stationary แล้ว จะต้องทำ Differencing (Δ^d) ไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งพบว่าข้อมูลเป็น Stationary โดยสมการที่ใช้ในการทดสอบเขียนได้ดังนี้

$$\Delta^{d+1} x_t = a_0 + b\Delta^d x_{t-1} + a_2 T + \sum_{i=2}^{p} \beta_i \Delta^{d+1} x_{t-i+1} + \varepsilon_t \tag{3.1.11}$$

เมื่อพบว่าข้อมูลเป็น Stationary ที่ระดับการ Differencing ใด ๆ แล้ว เราจะเรียกว่า x_t มี Order of Integration ในระดับที่ d หรือ $x_t \sim I(d)$ โดยที่ $d > 0$

3.2 Cointegration and Error Correction Mechanisms

Cointegration เป็นวิธีการเพื่อทดสอบตัวแปรต่าง ๆ ว่ามีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะยาว (Long-run Equilibrium Relationship) หรือไม่ ซึ่งข้อดีในการใช้วิธีนี้คือไม่ก่อให้เกิดปัญหา Spurious Regression แม้ว่าตัวแปรที่ใช้จะมีลักษณะ Nonstationary ก็ตาม

วิธีการทดสอบที่นิยมในปัจจุบัน มี 2 วิธีด้วยกัน วิธีแรกคือ Two-step Approach ที่เสนอโดย Engle และ Granger (1987) และวิธีที่สอง Johansen และ Juselius (1990) ซึ่งอิงกับหลัก Full Information Maximum Likelihood (FIML) Approach

วิธีทั้งสองมีความแตกต่างกันและมีความเหมาะสมต่างกัน โดยนักเศรษฐมิติบางกลุ่มเชื่อว่าวิธีการของ Johansen และ Juselius (1990) มีความเหมาะสมกว่าวิธีการของ Engle และ Grenger (1987) เนื่องจากสามารถประยุกต์ใช้กับแบบจำลองที่มีตัวแปรมากกว่า 2 ตัวแปรขึ้นไป และสามารถทดสอบจำนวน Cointegrating Vectors ได้พร้อม ๆ กันโดยไม่ต้องระบุก่อนว่าตัวแปรตัวใดเป็นตัวแปรต้นหรือตัวแปรตาม

ดังนั้นงานวิจัยฉบับนี้จึงเลือกใช้วิธีของ Johansen และ Juselius (1990) ซึ่งเป็นวิธีการทดสอบแบบ Multivariate Cointegration โดยอิงกับ Vector Autoregressive Model (VAR) ซึ่งมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 ทดสอบขั้นต้นกับตัวแปรทุกตัวเพื่อหา Order of Integration และจำนวน Lag Length ที่เหมาะสม

ทดสอบเพื่อหา Order of Integration ของตัวแปรทุกตัว หากมี Order of Integration ต่างกันจะไม่รวมเข้าไว้ด้วยกัน (Enders, 1995) ต่อมาหา Lag Length ของตัวแปรต่าง ๆ โดยการทดสอบตามวิธี Likelihood Ratio Test ของ Sim (1980) คือ

$$LR = (T - c)(\log|\Sigma_R| - \log|\Sigma_{UR}|) \qquad (3.2.1)$$

โดย T = Number of Observations

c = Number of Parameters in the Unrestricted System

$|\Sigma_R|$ = Determinant of Variance/Covariance Matrices of the Restricted System

$|\Sigma_{UR}|$ = Determinant of Variance/Covariance Matrices of the Unrestricted System

วิธีการทดสอบหา Lag Length มีขั้นตอนดังนี้

1. ตั้งสมมติฐานหลัก (H_o) ให้จำนวน Lag Length เท่ากับ R ในกรณีที่มีข้อจำกัด (Restriction) มีความเหมาะสมที่จะถูกเลือกมากกว่าจำนวน Lag Length เท่ากับ UR (Unrestriction) ในกรณีที่ไม่มีข้อจำกัด

2. ใช้การแจกแจงแบบ Chi-square (χ^2) ทดสอบสมมติฐานหลัก (H_o) ตามข้อ 1 โดยมี Degree of Freedom เท่ากับจำนวนสัมประสิทธิ์ที่เป็นข้อจำกัด (Number of Coefficient Restriction)

3. ถ้าค่า Chi-square (χ^2) ที่คำนวณได้ มีค่ามากกว่า(น้อยกว่า)ค่าวิกฤตแล้ว แสดงว่า(ไม่) สามารถปฏิเสธสมมติฐานหลัก (H_o) ได้

4. หากพบว่าสามารถใช้ Lagged Term ได้หลายจำนวน ควรเลือกใช้เทอมที่ยาวที่สุด แต่ควรคำนึงถึง Degree of Freedom ด้วย เพราะหากใช้จำนวน Lagged Term มากเกินไป จะทำให้สูญเสีย Degree of Freedom (Enders, 1995) ส่งผลกระทบถึงค่าวิกฤตมีผลให้การยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐานหลัก (H_o) เกิดความคลาดเคลื่อนได้

ขั้นตอนที่ 2 สร้างแบบจำลองและหาจำนวนของ Cointegrating Vectors สามารถสร้างได้ 5 รูปแบบดังนี้

รูปแบบที่ 1 VAR Model ไม่ปรากฏทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา

จาก
$$X_t = A_1 X_{t-1} + A_2 X_{t-2} + \ldots + A_p X_{t-p} + \varepsilon_t \tag{3.2.2}$$

หรือเท่ากับ
$$X_t = \sum_{i=1}^{p} A_i X_{t-i} + \varepsilon_t \tag{3.2.3}$$

นำ X_{t-1} ลบในสมการที่ (3.2.2) ทั้ง 2 ข้างจะได้

$$\Delta X_t = (A_1 - I)X_{t-1} + A_2 X_{t-2} + A_3 X_{t-3} + \ldots + A_p X_{t-p} + \varepsilon_t \tag{3.2.4}$$

นำ $(A_1 - I)X_{t-2}$ ทั้งบวกและลบเข้าไปทางด้านขวาของสมการ (3.2.4) จะได้

$$\Delta X_t = (A_1 - I)\Delta X_{t-1} + (A_2 + A_1 - I)X_{t-2} + A_3 X_{t-3} + \ldots + A_p X_{t-p} + \varepsilon_t \tag{3.2.5}$$

ทำแบบเดียวกันไปเรื่อย ๆ จะได้สมการดังนี้

$$\Delta X_t = \sum_{i=1}^{p-1} \Pi_i \, \Delta X_{t-i} + \Pi X_{t-p} + \varepsilon_t \tag{3.2.6}$$

โดย

$$\prod = \left[\sum_{i=1}^{p} A_i - I\right] \tag{3.2.7}$$

$$\prod_i = \left[\sum_{j=1}^{i} A_j - I\right] \tag{3.2.8}$$

X_t = the (n × 1) Vectors of Variables $(x_{1t}, x_{2t}, \ldots, x_{nt})'$

A_i = the (n × n) Vectors of Parameters

I = the (n × n) Identity Matrix

ε_t = the (n × 1) Vectors of Error Term with Multivariate White Noise

รูปแบบที่ 2 VAR Model ไม่มีแนวโน้มของเวลาแต่จำกัดค่าคงที่ใน Cointegrating Vector

$$\Delta X_t = \sum_{i=1}^{p-1} \prod_i \Delta X_{t-i} + \prod^* X^*_{t-p} + \varepsilon_t \tag{3.2.9}$$

โดย
$$\prod^* = \begin{bmatrix} \prod_{11} & \prod_{12} & \cdots & \prod_{1n} & a_{01} \\ \prod_{21} & \prod_{22} & \cdots & \prod_{2n} & a_{01} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \prod_{n1} & \prod_{n2} & \cdots & \prod_{nn} & a_{0n} \end{bmatrix} \tag{3.2.10}$$

$$X^*_{t-p} = (x_{1t-p}, x_{2t-p}, \ldots, x_{nt-p}, 1)' \tag{3.2.11}$$

รูปแบบที่ 3 VAR Model มีเฉพาะค่าคงที่

$$X_t = A_0 + \sum_{i=1}^{p} A_i X_{t-i} + \varepsilon_t \tag{3.2.12}$$

ดังนั้น $$\Delta X_t = A_0 + \prod X_{t-p} + \sum_{i=1}^{p-1} \prod_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \tag{3.2.13}$$

โดย A_0 = the (n × 1) Vectors of Constants $(a_{01}, a_{02}, \ldots, a_{0n})'$

รูปแบบที่ 4 VAR Model มีค่าคงที่และจำกัดแนวโน้มของเวลาใน Cointegrating Vector

$$\Delta X_t = A_0 + \prod^{**} X^{**}_{t-p} + \sum_{i=1}^{p-1} \prod_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \tag{3.2.14}$$

โดย $\prod^{**} = \begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} & \cdots & \Pi_{1n} & t_{01} \\ \Pi_{21} & \Pi_{22} & \cdots & \Pi_{2n} & t_{01} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \Pi_{n1} & \Pi_{n2} & \cdots & \Pi_{nn} & t_{0n} \end{bmatrix}$ (3.2.15)

$X^{**}_{t-p} = (x_{1t-p}, x_{2t-p}, ..., x_{nt-p}, T)'$ เมื่อ $T = 1, 2, \ldots, \mathrm{n}$ (3.2.16)

รูปแบบที่ 5 VAR Model ประกอบไปด้วยค่าคงที่และแนวโน้มเวลา

$$\Delta X_t = A_0 + A_1 T + \prod X_{t-p} + \sum_{i=1}^{p-1} \prod_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.2.17)$$

โดย A_1 = the (n x 1) Vectors of Time Trend Coefficient $(t_{01}, t_{02}, ..., t_{0n})'$ (3.2.18)

จากนั้นทำการคำนวณหาค่า Characteristic Roots ของ Π Matrix (λ_{ij}) ของแบบจำลองทั้ง 5 รูปแบบ (กรณีที่ 2 คือ Π^* และกรณีที่ 4 คือ Π^{**}) โดยหาได้จาก $|\Pi - \lambda I| = 0$ (Johnston and Dinardo, 1997) หรือ

$$\left|\lambda S_{11} - S_{10} S_{00}^{-1} S_{01}\right| = 0 \quad (3.2.19)$$

โดยที่ $S_{00}, S_{01}, S_{10}, S_{11}$ คือ the Product Moment Matrices of the Residuals (Harris, 1995) โดย

$$S_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^{T} R_{it} R'_{jt}}{T} \quad ; \quad \forall i, j = 0,1 \quad (3.2.20)$$

โดย R_{0t} คือ Residuals จากการประมาณสมการ $\Delta X_t = \sum_{i=1}^{p-1} \prod_i \Delta X_{t-i} + R_{0t}$

R_{1t} คือ Residuals จากการประมาณสมการ $\Delta X_{t-1} = \sum_{i=1}^{p-1} \prod_i \Delta X_{t-i} + R_{1t}$

ต่อมาทำการทดสอบว่าแบบจำลองควรมีรูปแบบใด โดยกรณีของการทดสอบว่าแบบจำลองจะมี Drift Term หรือมีค่าคงที่ใน Cointegrating Vector นั้นทำการทดสอบโดยตั้งสมมติฐานหลัก (H_o) ว่าแบบจำลองมีค่าคงที่ใน Cointegrating Vector แล้วพิจารณาผลจากค่าสถิติ

$$-T \sum_{i=r+1}^{n} \ln\{(1-\lambda^*)/(1-\lambda_i)\} \quad (3.2.21)$$

โดยที่ T = Number of Observations

n = Number of Variables

r = Rank of Π

λ_i^* = Characteristic Roots of Restricted Model (Model with Intercept Term in the Cointegrating Vector)

λ_i = Characteristic Roots of Unrestricted Model (Model with Drift Term)

ใช้การแจกแจงแบบ Chi-square (χ^2) โดยมี Degree of Freedom เท่ากับ $n-r$ หากค่าสถิติที่คำนวณได้ มีค่าน้อยกว่า(มากกว่า)ค่าวิกฤตแล้ว แสดงว่า รูปแบบของแบบจำลองจะมี(ไม่มี) ค่าคงที่ใน Cointegrating Vector โดยไม่มี(มี)รูปแบบของ Drift Term ปรากฏอยู่

เมื่อได้แบบจำลองที่เหมาะสมแล้ว คำนวณหาจำนวน Cointegrating Vector ซึ่งมีค่า Rank ของ Π Matrix เท่ากับ r โดยใช้วิธี Likelihood Ratio Test ซึ่งตัวทดสอบทางสถิติมี 2 ชนิดที่ Johansen และ Juselius (1990) ได้แนะนำให้ใช้ ได้แก่ Trace Test (λ_{trace}) และ Maximal Eigenvalue Test (λ_{max}) ซึ่งมีวิธีการคำนวณดังต่อไปนี้

$$\lambda_{trace}(r) = -T\sum_{i=r+1}^{n}\ln(1-\hat{\lambda}_i) \qquad (3.2.22)$$

$$\lambda_{\max}(r,r+1) = -T\ln(1-\hat{\lambda}_{r+1}) \qquad (3.2.23)$$

โดยที่ T = the Number of Usable Observations

r = Rank of Π

n = Number of Variables

$\hat{\lambda}_i$ = the Estimated Value of Characteristic Roots (Eigenvalues) Obtained From the Estimated Π Matrix

ในกรณีของ Trace Test (λ_{trace}) นั้น สมมติฐานหลัก (H_0) ที่ใช้ทดสอบคือ ตัวแปรในแบบจำลองที่เหมาะสมซึ่งได้เลือกจากแบบจำลองทั้ง 5 รูปแบบ ว่ามีจำนวน Cointegrating Vector อย่างมากเท่ากับ r เทียบกับสมมติฐานของ (H_1) ที่ว่ามีจำนวน Cointegrating Vector เท่ากับหรือมากกว่า r

ส่วนในกรณีของ Maximal Eigenvalue Test นั้น สมมติฐานหลัก (H_0) ที่ใช้ทดสอบคือ ตัวแปรในแบบจำลองที่เหมาะสมซึ่งได้เลือกจากแบบจำลองทั้ง 5 รูปแบบ ว่ามีจำนวน Cointegrating Vector อย่างมากเท่ากับ r เทียบกับสมมติฐานของ (H_1) ที่ว่ามีจำนวน Cointegrating Vector เท่ากับ $r+1$ นั้น ทำให้สามารถทราบจำนวน Cointegrating Vector ได้อย่างแน่นอน (รังสรรค์ หทัยเสรี, 2538) โดยการทดสอบสมมติฐานในการหาจำนวน Cointegrating Vectors สามารถแสดงได้ดังตารางที่ 3.1

ตาราง 3.1 การทดสอบสมมติฐานในการหาจำนวน Cointegrating Vectors

Trace Statistic Hypothesis Testing		**Maximal Eigenvalue Statistic Hypothesis Testing**	
สมมติฐานหลัก (H_o)	**สมมติฐานรอง (H_1)**	**สมมติฐานหลัก (H_o)**	**สมมติฐานรอง (H_1)**
$r=0$	$r>0$	$r=0$	$r=1$
$r\leq 1$	$r>1$	$r=1$	$r=2$
$r\leq 2$	$r>2$	$r=2$	$r=3$
$r\leq 3$	$r>3$	$r=3$	$r=4$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

ที่มา : Walter Enders, 1995

ซึ่งค่า r ที่ได้คือจำนวนของ Cointegrating Vector ระหว่างตัวแปรต่าง ๆ ในแบบจำลองที่ได้เลือก โดยผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจากการประมาณการ Rank ของ Π Matrix (r) มีความเป็นไปได้ 3 ทาง (Johansen and Juselius, 1990) ได้แก่

1. กรณีที่ได้ Full Rank อันดับที่ n ($r=n$) แสดงว่า ตัวแปรทุกตัวใน X_t เป็น Stationary [I(0)]

2. ในกรณีที่ได้ Zero Rank ($r=0$) แสดงว่า ตัวแปรทุกตัวใน X_t มี Unit Root [I(1)] ซึ่งจำเป็นต้องปรับข้อมูลโดยการทำ First Differencing ก่อน

3. ในกรณีที่มี Rank เท่ากับ r ($0<r<n$) แสดงว่ามี Cointegrating Vector เท่ากับ r สำหรับตัวแปรใน X_t

ขั้นตอนที่ 3 ทำการ Normalized Cointegrating Vector(s) และ Speed of Adjustment Coefficients

โดยในขั้นตอนนี้จะเป็นการปรับ α และ β ให้สอดคล้องกับรูปแบบสมการที่ต้องการโดย

$$\Pi=\alpha\beta' \qquad (3.2.24)$$

โดยที่ α = the (n × r) Matrix of Cointegrating Parameters

β' = the (n × r) Matrix of Speed of Adjustment Parameters in ΔX_t

ทดสอบความถูกต้องของสมการว่าควร จะมีค่าคงที่ และเครื่องหมายของตัวสัมประสิทธิ์ตรงตามทฤษฎีหรือไม่ โดยใช้วิธี Chi − square (χ^2) ซึ่งมีค่า Degree of Freedom เท่ากับจำนวนข้อจำกัดในการทดสอบ ทั้งนี้ควรเริ่มทำการทดสอบจากค่าคงที่ก่อน แล้วจึงทดสอบสัมประสิทธิ์ของ

ตัวแปรอื่น ๆ จนครบทุกตัว โดย Cointegrating Vectors จะมีคุณสมบัติในการปรับค่าข้อมูลที่เป็น Non –stationary Process ให้เป็น Stationary Process ได้ เมื่ออยู่ในรูปของ Linear Combination $\beta' X_t \sim I(0)$; $X_t \sim I(1)$ แต่ในกรณีทั่วไปถ้า $X_t \sim I(d)$ และ X_t เป็น Cointegrated of Order d และ b ($X_t \sim CI(d, b)$) จะมี Linear Combination ของตัวแปรที่ทำให้ $\beta' X_t \sim I(d-b)$ โดยที่ $d \geq b > 0$ และ β คือ Cointegrating Vector

ทำการ Normalized โดยสมมติว่ามีความยาวของ Lag เท่ากับ 1 และ Rank = 1 และในแบบจำลองไม่ปรากฏค่าคงที่และแนวโน้มของเวลา จะได้ว่า

$$\Delta X_{1t} = \Pi_{11} X_{1t-1} + \Pi_{12} X_{2t-1} + \ldots + \Pi_{1n} X_{nt-1} + \varepsilon_{1t} \tag{3.2.26}$$

ถ้าทำการ Normalized โดยคำนึงถึงตัวแปร X_{1t-1} จะได้

$$\alpha_1 = \Pi_{11} \tag{3.2.27}$$

$$\beta_{ij} = \frac{\Pi_{ij}}{\Pi_{11}} \tag{3.2.28}$$

$$\Delta X_{1t} = \alpha_1 (X_{1t-1} + \beta_{12} X_{2t-1} + \ldots + \beta_{1n} X_{nt-1}) + \varepsilon_{1t} \tag{3.2.29}$$

ดังนั้น $X_{1t-1} + \beta_{12} X_{2t-1} + \ldots + \beta_{1n} X_{nt-1} = 0$ คือ Long-run Relationship

$\beta = (1 \;\; \beta_{12} \; \ldots \; \beta_{1n})$ คือ Cointegrating Vector

α_1 คือ Speed of Adjustment Coefficient

ขั้นตอนที่ 4 พิจารณาการปรับตัวเข้าสู่ดุลยภาพในระยะสั้น (Error Correction Mechanism ; ECM) โดยใช้วิธี Causality Tests และให้เหตุผลทางเศรษฐศาสตร์ว่าตัวแปรใดเป็นตัวแปรอิสระ ตัวแปรใดเป็นตัวแปรตาม ซึ่งรูปแบบของสมการ Error Correction Model จากสมการ (3.2.6), (3.2.9), (3.2.12), (3.2.14) และ (3.2.17) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\Delta X_t = \sum_{i=1}^{p-1} \Pi_i \, \Delta X_{t-i} + \Pi X_{t-p} + \varepsilon_t \tag{3.2.30}$$

$$\Delta X_t = \sum_{i=1}^{p-1} \Pi_i \, \Delta X_{t-i} + \Pi^* X^*_{t-p} + \varepsilon_t \tag{3.2.31}$$

$$\Delta X_t = A_0 + \Pi X_{t-p} + \sum_{i=1}^{p-1} \Pi_i \, \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \tag{3.2.32}$$

$$\Delta X_t = A_0 + \Pi^{**} X^{**}_{t-p} + \sum_{i=1}^{p-1} \Pi_i \, \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \qquad (3.2.33)$$

$$\Delta X_t = A_0 + A_1 T + \Pi X_{t-p} + \sum_{i=1}^{p-1} \Pi_i \, \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \qquad (3.2.34)$$

3.3 Granger Causality

Granger Causality คือ การทดสอบความสัมพันธ์ในเชิงเป็นเหตุเป็นผลต่อกันระหว่าง 2 ตัวแปร สมมติให้เป็นตัวแปร X และตัวแปร Y ภายใต้แนวคิดพื้นฐานว่า (1) ถ้า X เป็นเหตุให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของ Y หรือ Y เป็นผลจากการเปลี่ยนแปลงของ X แล้ว แสดงว่าเมื่อค่าของตัวแปร X เปลี่ยนแปลง มีผลให้ค่าของตัวแปร Y เปลี่ยนแปลงตาม และ (2) ถ้า Y เป็นเหตุให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของ X หรือ X เป็นผลจากการเปลี่ยนแปลงของ Y แล้ว แสดงว่าเมื่อค่าของตัวแปร Y เปลี่ยนแปลง มีผลให้ค่าของตัวแปร X เปลี่ยนแปลงตาม จาก 2 แนวคิดพื้นฐานดังกล่าวสามารถสรุปเป็น 3 แนวทาง คือ 1) X สามารถพยากรณ์ค่า Y ได้ 2) Y สามารถพยากรณ์ค่า X ได้ และ 3) ทั้ง X และ Y ไม่สามารถพยากรณ์ค่าระหว่างกันได้ (Pindyck and Rubinfeld, 1998) หากตัวแปรที่นำมาทดสอบตามวิธี Granger Causality มีมากกว่า 2 ตัวแปร การทดสอบจะกระทำโดยการจับคู่ตัวแปรใด ๆ กับตัวแปรอื่นจนครบทุกตัวแปร ซึ่งผลการทดสอบอาจเป็นไปได้ว่ามีเพียงหนึ่งตัวแปร มากกว่าหนึ่งตัวแปร หรือไม่มีตัวแปรใดเลยที่สามารถพยากรณ์ค่าตัวแปรในกลุ่มตัวแปรที่ทำการศึกษา สมมติว่าตัวแปร 2 ตัวแปรที่ถูกจับคู่จากกลุ่มตัวแปรทั้งหมดที่ทำการทดสอบ คือตัวแปร X และ Y การทดสอบจะแบ่งเป็น 2 ขั้นตอนเพื่อทดสอบในลักษณะ 2 ทางคือ ขั้นตอนแรกจะเป็นการทดสอบในทิศทางเดียวกัน โดยทดสอบว่าตัวแปร X สามารถพยากรณ์ค่า Y ได้หรือไม่ และขั้นตอนที่สองเป็นการทดสอบในทิศทางตรงกันข้าม โดยทดสอบว่าตัวแปร Y สามารถพยากรณ์ค่า X ได้หรือไม่ ซึ่งสามารถอธิบายขั้นตอนการทดสอบอย่างละเอียดได้ดังนี้

ขั้นตอนแรก ทดสอบว่าตัวแปร X เป็นเหตุให้เกิดการเปลี่ยนแปลงค่าของ Y หรือไม่ สามารถกระทำได้โดยทดสอบสมมติฐานหลัก (H_0) ว่า X ไม่เป็นเหตุให้เกิดการเปลี่ยนแปลงค่าของ Y โดยการทำการถดถอยกับทั้งสองสมการนี้

Unresricted Regression : $$Y = \alpha_0 + \sum_{j=1}^{J} \alpha_j \, Y_{t-j} + \sum_{j=1}^{J} \beta_j \, X_{t-j} + \varepsilon_t \qquad (3.3.1)$$

Restricted Regression : $$Y = \alpha_0 + \sum_{j=1}^{J} \alpha_j \, Y_{t-j} + \varepsilon_t \qquad (3.3.2)$$

นำค่า Sum of Squared Residual (RSS) จากทั้งสองสมการมาคำนวณหาค่า F-statistic ดังนี้

$$F=(N-K)\frac{(RSS_R-RSS_{UR})}{q(RSS_{UR})} \tag{3.3.3}$$

โดย RSS_R = the Sum of the Squared Residuals From the Restricted Model

RSS_{UR} = the Sum of the Squared Residuals From the Unrestricted Model

N = Number of Usable Observations

K = Number of Parameters Estimated in the Unrestricted Model

q = Number of Parameters Estimated in the Restricted Model

ทดสอบค่าสัมประสิทธิ์ $\beta_1, \beta_2, ..., \beta_j$ เท่ากับศูนย์หรือไม่ โดยตั้งสมมติฐานหลัก H_0 : β_j = 0 โดยที่ j = 1, 2,..., J ถ้าค่า F-statistic ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่า(น้อยกว่า)ค่าวิกฤตแล้วสรุปได้ว่าตัวแปร X เป็นเหตุ(ไม่เป็นเหตุ)ให้เกิดการเปลี่ยนแปลงค่าของ Y หรือ ตัวแปร X สามารถ(ไม่สามารถ) พยากรณ์ค่า Y ได้

ขั้นตอนที่สอง พิจารณาว่าตัวแปร Y เป็นเหตุให้เกิดการเปลี่ยนแปลงค่าของ X หรือไม่ สามารถกระทำได้โดยทดสอบสมมติฐานหลัก (H_0) ว่า Y ไม่เป็นเหตุให้เกิดการเปลี่ยนแปลงค่าของ X โดยการทำการถดถอยกับสองสมการนี้

Unsricted Regression : $$X=\delta_0+\sum_{j=1}^{J}\delta_j X_{t-j}+\sum_{j=1}^{J}\gamma_j Y_{t-j}+\varepsilon_t \tag{3.3.1}$$

Restricted Regression : $$X=\delta_0+\sum_{j=1}^{J}\delta_j X_{t-j}+\varepsilon_t \tag{3.3.2}$$

นำค่า Sum of Squared Residual (RSS) จากทั้งสองสมการมาคำนวณหาค่า F-statistic และทดสอบว่าค่าสัมประสิทธิ์ $\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_j$ เท่ากับศูนย์หรือไม่ โดยตั้งสมมติฐานหลัก H_0: $\gamma_j = 0$ โดยที่ j = 1, 2,..., J ถ้าค่า F-statistic ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่า(น้อยกว่า)ค่าวิกฤตแล้วสรุปได้ว่าตัวแปร Y เป็นเหตุ(ไม่เป็นเหตุ)ให้เกิดการเปลี่ยนแปลงค่าของ X หรือ ตัวแปร Y สามารถ(ไม่สามารถ) พยากรณ์ค่า X ได้

3.4 การจำแนกองค์ประกอบของความแปรปรวน (Variance Decomposition)

การจำแนกองค์ประกอบของความแปรปรวน (Variance Decomposition) คือ การเปรียบเทียบระหว่างอัตราส่วนการเปลี่ยนแปลงของแต่ละตัวแปรตามระยะเวลาอันเนื่องมาจากการตอบสนองต่อ Shock ของตัวแปรเองและของตัวแปรอื่น (Enders, 1995) ซึ่งก่อนทำการทดสอบการจำแนกองค์ประกอบของความแปรปรวน จำเป็นที่จะต้องมีความเข้าใจในลักษณะเฉพาะของแบบจำลอง VAR (Vector Autoregression Model) โดยตัวแปรทั้งหมดในแบบจำลอง VAR จะถูกสมมติให้เป็นตัวแปร Endogeneous ซึ่งแต่ละตัวแปรมีความสัมพันธ์ระหว่างกันกับค่าปัจจุบันและค่าในอดีตของตัวแปรเองและของตัวแปรอื่นในแบบจำลอง แสดงได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 1 & b_{12} & b_{13} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & 1 & b_{23} & \cdots & b_{2n} \\ . & . & . & . & . \\ b_{n1} & b_{n2} & b_{n3} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \\ \vdots \\ x_{nt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{10} \\ b_{20} \\ \vdots \\ b_{n0} \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^{p} \begin{bmatrix} \gamma_{11}(i) & \gamma_{12}(i) & \gamma_{13}(i) & \cdots & \gamma_{1n}(i) \\ \gamma_{21}(i) & \gamma_{22}(i) & \gamma_{23}(i) & \cdots & \gamma_{2n}(i) \\ . & . & . & . & . \\ \gamma_{n1}(i) & \gamma_{n2}(i) & \gamma_{n3}(i) & \cdots & \gamma_{nn}(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1t-i} \\ x_{2t-i} \\ \vdots \\ x_{nt-i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \vdots \\ \varepsilon_{nt} \end{bmatrix}$$

หรือ $BX_t = \Gamma_0 + \sum_{i=1}^{p} \Gamma_i X_{t-i} + \varepsilon_t$

แบบจำลองนี้เรียกว่า Structural VAR Model หรือ Primitive System (Enders, 1995) ต่อมานำ B^{-1} หารตลอด จะได้แบบจำลอง VAR ใน Standard Form ซึ่งถูกนำมาใช้วิเคราะห์ตามวิธีการต่าง ๆ เช่น Cointegration ตามวิธีของ Johansen และ Juselius เป็นต้น ดังนี้

$$X_t = A_0 + \sum_{i=1}^{p} A_i X_{t-i} + e_t$$

โดย $A_0 = B^{-1}\Gamma_0$

$A_i = B^{-1}\Gamma_i$

$e_t = B^{-1}\varepsilon_t$

ข้อสังเกตคือว่า Error แต่ละตัว($e_{1t}, e_{2t}, ..., e_{nt}$) ถูกจำแนกออกเป็น Shock จำนวน n ตัว($\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, ..., \varepsilon_{nt}$) และเนื่องจาก Unrestricted VAR เป็น Overparameter จึงไม่เหมาะสมสำหรับการพยากรณ์ในระยะสั้น (Short-term Forecast) ความเข้าใจในคุณสมบัติของ Forecast Error เป็นประโยชน์อย่างยิ่งในการแสดงให้เห็นความสัมพันธ์ร่วมกันระหว่างตัวแปรในระบบ (Enders, 1995) สมมติว่าทราบค่าสัมประสิทธิ์ของ A_0 และ A_1 และต้องการที่จะพยากรณ์ตัวแปรต่าง ๆ ของ X_{t+i} ตามเงื่อนไขค่า X_t จาก the Vector Autoregressive (VAR) Model ดังสมการ

$$X_t = A_0 + A_1 X_{t-1} + e_t \tag{3.4.1}$$

ถ้า Update ข้อมูลหนึ่งคาบเวลาจะได้สมการดังนี้

$$X_{t+1} = A_0 + A_1 X_t + e_{t+1} \tag{3.4.2}$$

และสร้างสมการของ X_t เพื่อพยากรณ์ค่า X_{t+1} เมื่อ Update ข้อมูลหนึ่งคาบเวลาจะได้สมการ

$$EX_{t+1} = A_0 + A_1 X_t \tag{3.4.3}$$

จะได้ the One-step Ahead Forecast Error ดังสมการ

$$X_{t+1} - E_t X_{t+1} = e_{t+1} \tag{3.4.4}$$

ถ้า Update ข้อมูลเป็นสองคาบเวลาจะได้

$$X_{t+2} = A_0 + A_1 X_{t+1} + e_{t+2} = A_0 + A_1(A_0 + A_1 X_t + e_{t+1}) + e_{t+2} \tag{3.4.5}$$

และสร้างสมการของ X_{t+1} เพื่อพยากรณ์ค่า X_{t+2} เมื่อ Update ข้อมูลเป็นสองคาบเวลาจะได้สมการ

$$E_t X_{t+2} = (I + A_1)A_0 + A_1^2 X_t \tag{3.4.6}$$

นำสมการที่ (3.4.5) ลบสมการ (3.4.6) จะได้ the Two-step Ahead Forecast Error คือ

$$X_{t+2} - E_t X_{t+2} = A_1 e_{t+1} + e_{t+2} \tag{3.4.7}$$

เพื่อพยากรณ์ค่า X_{t+k} เมื่อ Update ข้อมูล k คาบเวลาจะได้สมการ

$$E_t X_{t+k} = (I + A_1 + A_1^2 + \ldots + A_1^{k-1})A_0 + A_1^k X_t \tag{3.4.8}$$

จะได้ the k-step Ahead Forecast Error คือ

$$X_{t+k} - E_t X_{t+k} = A_1 e_{t+k-1} + A_1^2 e_{t+k-2} + \ldots + A_1^{k-1} e_{t+1} + e_{t+k} \tag{3.4.9}$$

ในการจำแนกองค์ประกอบของความแปรปรวนจำเป็นต้องมีการแปลงจากสมการ Vector Autoregression (VAR) เป็นสมการ Vector Moving Average (VMA) กล่าวคือตัวแปรที่ทำการศึกษาทั้งหมด สามารถนำมาเขียนในรูปของค่าในปัจจุบันและอดีตของ residuals จะสามารถเขียนสมการ VMA ได้เป็น

$$X_t = \mu + \sum_{j=0}^{\alpha} A_1^j e_{t-j} \tag{3.4.10}$$

โดย $\mu = (\bar{x}_{1t}, \bar{x}_{2t}, \ldots, \bar{x}_{nt})'$

และเนื่องจาก e_t เป็นฟังก์ชันของ Shock ของตัวแปรทั้งหมด $[e_t = f(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, \ldots, \varepsilon_{nt})]$ โดย $e_t = B^{-1}\varepsilon_t$ เมื่อนำไปใส่ในสมการ (3.4.10) จะได้

$$X_t = \mu + \sum_{j=0}^{\alpha} A_1^j B^{-1} \varepsilon_{t-j} \tag{3.4.11}$$

ถ้าให้ $\Phi_j = A_1^j B^{-1}$ สมการที่ (3.4.11) จะเขียนใหม่เป็น

$$X_t = \mu + \sum_{j=0}^{\alpha} \Phi_j \varepsilon_{t-j} \tag{3.4.12}$$

หรือเขียนในรูปแบบเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \\ \vdots \\ x_{nt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{x}_{1t} \\ \overline{x}_{2t} \\ \vdots \\ x_{nt} \end{bmatrix} + \sum_{j=0}^{a} \begin{bmatrix} \phi_{11}(j) & \phi_{12}(j) & \cdots & \phi_{1n}(j) \\ \phi_{21}(j) & \phi_{22}(j) & \cdots & \phi_{2n}(j) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \phi_{n1}(j) & \phi_{n2}(j) & \cdots & \phi_{nn}(j) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t-j} \\ \varepsilon_{2t-j} \\ \vdots \\ \varepsilon_{nt-j} \end{bmatrix} \qquad (3.4.13)$$

ถ้า Update ข้อมูล k คาบเวลาจะได้สมการ

$$X_{t+k} = \mu + \sum_{j=0}^{k-1} \Phi_j \varepsilon_{t+k-j} \qquad (3.4.14)$$

จะได้ the k-step Ahead Forecast Error คือ

$$X_{t+k} - E_t X_{t+k} = \sum_{j=0}^{k-1} \Phi_j \varepsilon_{t+k-j} \qquad (3.4.15)$$

โดย $\mu = E_t X_{t+k}$

หากพิจารณาเฉพาะ x_{1t} ในเมตริกซ์ X_t ค่าความแปรปรวน (Variance) ของ the k-step Ahead Forecast Error ของ x_{1t+k} คือ

$$\sigma_1(n)^2 = \sigma_1^2 \sum_{j=0}^{k-1} \phi_{11}(j)^2 + \ldots + \sigma_n^2 \sum_{j=0}^{k-1} \phi_{1n}(j)^2 \qquad (3.4.16)$$

โดย $Var(\varepsilon_{it}) = \sigma_i^2$ และ $i = 1,2,\ldots,n$

สัดส่วนของการเปลี่ยนแปลงของ x_{1t} อันเนื่องมาจาก Shock ของตัวแปรเองโดยคิดเป็นร้อยละ คือ

$$W_{11}(1) = \left(\sigma_1^2 \sum_{j=0}^{k-1} \phi_{11}(j)^2 / \sigma_1(n)^2 \right) \times 100 \qquad (3.4.17)$$

สัดส่วนของการเปลี่ยนแปลงของ x_{1t} อันเนื่องมาจาก Shock ของตัวแปรอื่น $(\varepsilon_{2t}, \varepsilon_{3t}, \ldots, \varepsilon_{nt})$ โดยคิดเป็นร้อยละ คือ

$$W_{1i}(1) = \left(\sigma_i^2 \sum_{j=0}^{k-1} \phi_{1i}(j)^2 / \sigma_1(n)^2 \right) \times 100 \qquad (3.4.18)$$

โดย $i = 2,3,4,\ldots,n$

และ สัดส่วนของการเปลี่ยนแปลงของ x_{nt} อันเนื่องมาจาก Shock ของตัวแปรเองโดยคิดเป็นร้อยละ คือ

$$W_{nn}(n) = \left(\sigma_n^2 \sum_{j=0}^{k-1} \phi_{nn}(j)^2 / \sigma_n(n)^2 \right) \times 100 \qquad (3.4.19)$$

สัดส่วนของการเปลี่ยนแปลงของ x_{nt} อันเนื่องมาจาก Shock ของตัวแปรอื่น $(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, \ldots, \varepsilon_{(n-1)t})$ โดยคิดเป็นร้อยละ คือ

$$W_{nm}(n) = \left(\sigma_m^2 \sum_{j=0}^{k-1} \phi_{nm}(j)^2 / \sigma_n(n)^2 \right) \times 100 \qquad (3.4.20)$$

โดย $m = 1,2,3,\ldots,(n-1)$

จากสมการ (3.4.17) และ (3.4.18) นั้น $W_{11}(1)$ และ $W_{1i}(1)$ คืออัตราส่วนการเปลี่ยนแปลงของตัวแปร x_{1t} อันเนื่องมาจากการตอบสนองต่อ Shock ของตัวแปร x_{1t} (ε_{1t}) และอันเนื่องมาจากการตอบสนองต่อ Shock ของตัวแปรอื่น $(\varepsilon_{2t},\varepsilon_{3t},\ldots,\varepsilon_{nt})$ โดยคิดเป็นร้อยละ แสดงถึงระดับความเป็นอิสระ (Degree of Exogeneity) ของตัวแปร x_{1t} จาก Shock ของตัวแปรอื่น $(\varepsilon_{2t},\varepsilon_{3t},\ldots,\varepsilon_{nt})$ ซึ่งสมการที่ (3.4.19) และ (3.4.20) ก็สามารถอธิบายได้ในลักษณะเดียวกัน ดังนั้นจึงสามารถพิจารณาระดับความเป็นอิสระของแต่ละตัวแปรได้โดยกำหนดช่วงเวลาพยากรณ์ที่ต้องการแล้วนำมาเปรียบเทียบกันระหว่างค่าอัตราส่วนการเปลี่ยนแปลงของแต่ละตัวแปรอันเนื่องมาจากการตอบสนองต่อ Shock ของตัวแปรเองโดยคิดเป็นร้อยละ ถ้าค่าอัตราส่วนการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรใดอันเนื่องมาจากการตอบสนองต่อ Shock ของตัวแปรเองโดยคิดเป็นร้อยละ มีค่ามากที่สุดถือว่ามีระดับความเป็นอิสระจาก Shock ของตัวแปรอื่นมากที่สุด

หากพิจารณา Shock ในแบบจำลอง VMA ถ้า Forecast Error ไม่มีความสัมพันธ์กันหรือมีความสัมพันธ์กันน้อย การเรียงลำดับตัวแปรในแบบจำลอง VAR ก็ไม่มีความสำคัญ อย่างไรก็ตาม ถ้า Forecast Error มีความสัมพันธ์กัน จะมีความหมายว่า Forecast Error มีผลกระทบต่อค่าของตัวแปรมากกว่า 1 ตัวแปร จากแนวคิดการจำแนกองค์ประกอบของความแปรปรวนให้เหตุผลว่าผลกระทบต่อตัวแปรในแบบจำลองที่เกิดขึ้นตลอดช่วงเวลาพยากรณ์นั้นเกิดขึ้นจากการเปลี่ยนแปลงโดยฉับพลันในครั้งแรก ดังนั้นการเรียงลำดับตัวแปรอย่างเหมาะสมในแบบจำลอง VAR จะมีความสำคัญอย่างยิ่ง ตามหลักการแล้ว Forecast Error จะถูก Orthogonal โดย Choleski Decomposition ซึ่งจะทำให้ Covariance Matrix ของ Shock มีลักษณะเป็น Diagonal Matrix (Enders, 1995) และตามเงื่อนไขแบบ Choleski Decomposition จะกำหนดให้เมตริกซ์ที่คูณกับ Shock (B^{-1}) เป็นเมตริกซ์จตุรัสโดยมีลักษณะเป็นดังนี้คือสมาชิกแนวทแยงมุมหลัก (Main Diagonal Elements) มีค่าเท่ากับ 1 ทุกตัว มีเมตริกซ์สามเหลี่ยมบน (Upper Triangular Matrix) คือสมาชิกในตำแหน่งทางขวามือของแนวทแยงมุมหลักทุกตัวเป็นศูนย์ และสมาชิกในตำแหน่งทางซ้ายมือของแนวทแยงมุมหลักทุกตัวเป็น Parameter สำหรับแก้สมการเพื่อหาค่า การเรียงลำดับของตัวแปรในแบบจำลอง VAR อย่างไม่เหมาะสมจะเกิดความคลาดเคลื่อนในการอธิบายผลของการจำแนกองค์ประกอบของความแปรปรวน ดังนั้นจำเป็นต้องทราบค่า Correlation Coefficient ระหว่าง Forecast Error ถ้าค่า Correlation Coefficient ต่ำ การเรียงลำดับในแบบจำลองก็ไม่จำเป็นต้องให้ความสำคัญ หลังจากการเลือกตัวแปรเพื่อนำไปใส่ในแบบจำลอง VAR แล้ว ควรมีการเรียงลำดับตัวแปรในแบบจำลองตามค่า Correlation Coefficient ของ Forecast Error ภายใต้สมมติฐานว่า Cross-correlation มีค่าเป็นศูนย์ทั้งหมด โดย Sample Variance ของ Cross-correlation Coefficient i เมื่อเข้าใกล้ระยะอนันต์

(Infinity) จะมีค่าเข้าใกล้ $(T-i)^{-1}$ โดย T คือจำนวน Usable Observation สมมติให้ $r_{x_{nt}x_{mt}}(i)$ แสดงถึง Sample Cross-correlation Coefficient ระหว่าง x_{nt} กับ x_{mt-i} จะได้

$$Var\ r_{x_{nt}x_{mt}}(i) = (T-i)^{-1}$$

โดย Standard Deviation ของ Cross-correlation Coefficient ระหว่าง x_{nt} กับ x_{mt-i} คือ $(T-i)^{-\frac{1}{2}}$ ถ้าค่า $r_{x_{nt}x_{mt}}(i)$ ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่า $2\times(T-i)^{-\frac{1}{2}}$ (2 Standard Deviation) แล้วจะปฏิเสธสมมติฐาน (Enders, 1995)