

บทที่ 3

แนวคิดเชิงทฤษฎีและระเบียบวิธีการวิจัย

ในการวิเคราะห์ความเสี่ยงของหลักทรัพย์ในกลุ่มพัฒนาอสังหาริมทรัพย์ โดยวิธีการลดถอยแบบสลับเปลี่ยนมีขั้นตอนในการศึกษาตั้งแต่การรวบรวมข้อมูล นำมาหาอัตราผลตอบแทนและการนำข้อมูลที่ได้มาทำการวิเคราะห์ ซึ่งในส่วนนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีที่ใช้ในการศึกษา

3.1 แนวคิดเชิงทฤษฎีแบบจำลองมาร์โควิช (Markowitz Model)

โดยการนำแบบจำลองการตั้งราคาในหลักทรัพย์ (Capital Asset Pricing Model : CAPM) มาประกอบการศึกษาทำการวิเคราะห์ผลทางสถิติ เพื่อประเมินผลตอบแทน ซึ่งบ่งชี้ถึงผลการดำเนินงานของหน่วยลงทุน โดยในทฤษฎีดังกล่าวเกิดขึ้นจาก Harry Markowitz ค้นพบทฤษฎีกลุ่มหลักทรัพย์สมัยใหม่ใน ค.ศ.1952 ต่อมา William F.Sharpe, John Lintner และ Jan Mossin ได้นำทฤษฎีดังกล่าวมาประยุกต์เป็นทฤษฎีการกำหนดราคาหลักทรัพย์ หรือเป็นที่รู้จักกันอย่างกว้างขวางว่าแบบจำลองการตั้งราคาหลักทรัพย์ (Capital Asset Pricing Model : CAPM) มาเป็นแบบจำลองดุลยภาพของความสัมพันธ์ระหว่างผลตอบแทนที่คาดหวังกับความเสี่ยงภายใต้แบบจำลองดังกล่าว ความเสี่ยงในที่นี้จะหมายถึง ความเสี่ยงที่เป็นระบบ (Systematic Risk) หรือความเสี่ยงที่ไม่สามารถกำจัดได้โดยการกระจายการลงทุน (จิริตัน สัจจ์แก้ว, 2540)

ข้อสมมุติของแบบจำลองการตั้งราคาหลักทรัพย์ (Capital Asset Pricing Model : CAPM)

- (1) นักลงทุนแต่ละคนเป็นผู้หลีกเลี่ยงความเสี่ยง มีความคาดหวังอัตราประโยชน์จากการลงทุนสูงสุด
- (2) นักลงทุนเป็นผู้รับราคาและมีความคาดหวังในผลตอบแทนของสินทรัพย์ ที่มีการแจกแจงปกติ
- (3) สินทรัพย์ที่ไม่มีความเสี่ยงที่นักลงทุนอาจกู้ยืมหรือให้กู้ยืมโดยไม่จำกัดจำนวนด้วยอัตราผลตอบแทนที่ไม่มีความเสี่ยง
- (4) ปริมาณสินทรัพย์มีจำนวนจำกัด ทำให้สามารถกำหนดราคาซื้อขายและแบ่งแยกเป็นหน่วยย่อยได้ไม่จำกัดจำนวน

(5) ตลาดสินทรัพย์ไม่มีการกีดกัน ไม่มีต้นทุนเกี่ยวกับข่าวสารข้อมูล และทุกคนได้รับข่าวสารอย่างสมบูรณ์

(6) ตลาดสินทรัพย์เป็นตลาดที่มีลักษณะสมบูรณ์ ไม่มีเรื่องภาษี กฎระเบียบ หรือ ข้อห้ามในการซื้อขายแบบขายก่อนซื้อ (Short Sale) หมายถึง การขายหุ้น โดยไม่มีหุ้นอยู่ในบัญชี (Portfolio) ของตน

จากข้อสมมติที่กล่าวมา นักลงทุนต่างมีความคาดหวังจากการลงทุนเหมือนกัน เป็นผู้มีเหตุผล และเป็นผู้ที่หลีกเลี่ยงความเสี่ยง ทำให้นักลงทุนให้ความสนใจลงทุนในสินทรัพย์ที่ไม่มีความเสี่ยงและกลุ่มสินทรัพย์เสี่ยงอยู่บนเส้นกลุ่มหลักทรัพย์ที่มีประสิทธิภาพ นั่นคือนักลงทุนต่างสนใจลงทุนในหลักทรัพย์กลุ่มตลาดเหมือนกัน โดยกลุ่มหลักทรัพย์ตลาดเป็นกลุ่มหลักทรัพย์ที่รวมหลักทรัพย์ทุกประเภท ที่มีผู้ถือครองคุณภาพ จึงเกิดจากการเปลี่ยนแปลงในน้ำหนักของหลักทรัพย์ที่ถูกกำหนดจากราคาหลักทรัพย์ ถ้าหลักทรัพย์ชนิดหนึ่งราคาต่ำกว่าอีกชนิดหนึ่ง เมื่อเทียบจากความเสี่ยงที่เท่ากัน นักลงทุนจะเลือกซื้อหรือลงทุนในหลักทรัพย์ที่ราคาถูกกว่า ทำให้ราคาหลักทรัพย์นั้นปรับตัวสูงขึ้นและการขายหลักทรัพย์ที่ราคาแพงกว่า จะทำให้ราคาหลักทรัพย์นั้นต่ำ หรือ ลดลง กระบวนการดังกล่าวทำให้ราคาหลักทรัพย์ถูกผลักดันสู่จุดคุณภาพในที่สุด และผลตอบแทนที่คาดหวังของแต่ละหลักทรัพย์อยู่ในระดับสูงสุด ณ แต่ละระดับความเสี่ยง แบบจำลอง CAPM นี้เน้นสนใจในความเสี่ยงที่เป็นระบบของหลักทรัพย์ เนื่องจากอยู่ภายใต้เงื่อนไขว่าหากการกระจายการลงทุนในหลักทรัพย์ให้หลากหลายขึ้นจะสามารถกำจัดความเสี่ยงที่ไม่เป็นระบบได้ ความเสี่ยงใน CAPM นั้น หมายถึง ความเสี่ยงที่เป็นระบบ (Systematic Risk) โดยจะใช้ตัว (β) เป็นตัวแทน เมื่อค่าเบต้า (β) น้อยกว่า 1 หมายความว่าหลักทรัพย์นั้นมีความเสี่ยงมากกว่าหลักทรัพย์ที่มีค่าเบต้า (β) มากกว่า 1 ความเสี่ยงของแต่ละหลักทรัพย์วัดได้จากการเปรียบเทียบความเสี่ยงของหลักทรัพย์นั้นกับความเสี่ยงในตลาดและการวัดความแปรปรวนของผลตอบแทนของหลักทรัพย์ใดไม่อาจเทียบกับตัวเองได้ เพราะไม่สามารถนำค่าสถิตินี้ไปวัดเปรียบเทียบกับความแปรปรวนของหลักทรัพย์ตัวอื่นได้ จึงใช้การวัดความแปรปรวนของผลตอบแทนของหลักทรัพย์นั้นเทียบกับผลตอบแทนของตลาด

ความเสี่ยงของหลักทรัพย์แต่ละตัว เป็นค่าความแปรปรวนของหลักทรัพย์และของตลาด จากหลักทรัพย์ใดๆ ค่าเบต้า (β) สามารถคำนวณได้จากสูตรทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

$$\beta_i (\text{ความเสี่ยง}) = \frac{\text{covariance} (R_i, R_m)}{\text{variance} (R_m)} \dots\dots\dots(3.1)$$

โดยความสัมพันธ์ระหว่างอัตราผลตอบแทนที่คาดหวังและค่าความเสี่ยงของหลักทรัพย์ แสดงได้จากสมการ ดังนี้

$$R_i = R_f + \beta_i (R_m - R_f) \quad \dots\dots\dots(3.2)$$

โดยที่

R_i = อัตราผลตอบแทนจากการลงทุนในหลักทรัพย์ i (return from portfolio)

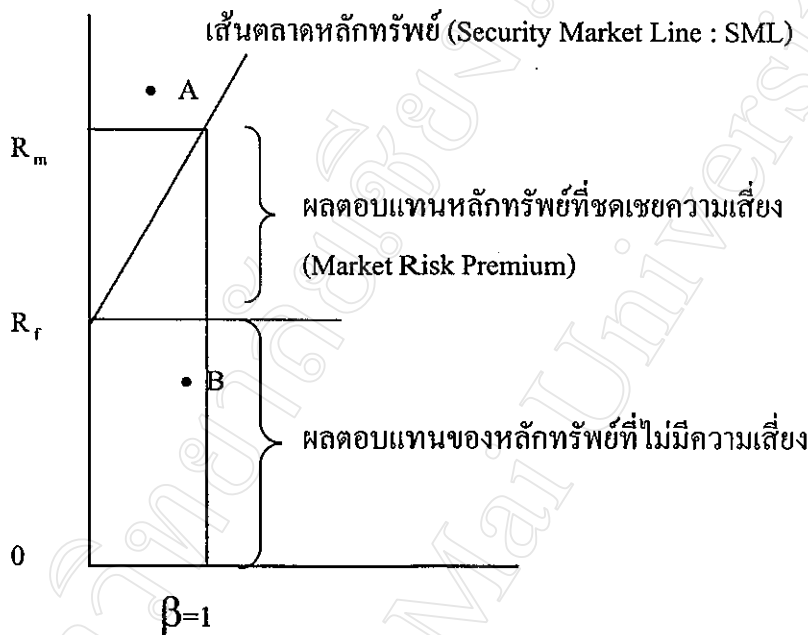
R_f = อัตราผลตอบแทนจากหลักทรัพย์ที่ปราศจากความเสี่ยง (return from the risk – free rate)

R_m = อัตราผลตอบแทนที่ได้รับจากกลุ่มหลักทรัพย์ตลาด (return from the market)

ความสัมพันธ์ของอัตราผลตอบแทนที่คาดหวังกับความเสี่ยง สามารถกำหนดแสดงเป็น เส้นตลาดหลักทรัพย์ (Security Market Line : SML) โดยเป็นความสัมพันธ์ที่แสดงระดับผลตอบแทนที่นักลงทุนต้องการ ณ ระดับความเสี่ยงต่างๆ หรือเป็นการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างประสิทธิภาพของผลตอบแทนที่คาดหวังกับความเสี่ยงต่อการลงทุนในหลักทรัพย์ โดยเส้นตลาดหลักทรัพย์นี้ มีข้อสมมติฐานว่า ตลาดหลักทรัพย์เป็นตลาดที่มีประสิทธิภาพสูงและอยู่ในดุลยภาพ ความแตกต่างของผลตอบแทนที่คาดหวังของหลักทรัพย์แต่ละตัวแสดงถึงความแตกต่างกันของค่า เบต้า (β) ในแต่ละหลักทรัพย์ด้วย ความเสี่ยงที่สูงกว่าของหลักทรัพย์หนึ่ง จะแสดงถึงผลตอบแทนที่สูงกว่า ด้วยความสัมพันธ์ระหว่างความเสี่ยงและผลตอบแทนที่คาดหวังนี้เป็นเส้นตรง ซึ่งถ้าความสัมพันธ์นี้ไม่เป็นเส้นตรงหรือตลาดหลักทรัพย์ไม่เป็นตลาดที่มีประสิทธิภาพแล้ว การลงทุนในหลักทรัพย์ก็จะมีประสิทธิภาพด้วย โดยหากเป็นเส้นโค้งคว่ำลง แสดงให้เห็นว่าเมื่อถือหลักทรัพย์ที่มีความเสี่ยงมากขึ้นกลับให้ผลตอบแทนลดลง หรือหากเป็นเส้นโค้งที่หงายขึ้นแสดงให้เห็นเมื่อถือหลักทรัพย์ที่มีความเสี่ยงน้อยจะให้ผลตอบแทนที่มากขึ้น ดังนั้นการที่ความสัมพันธ์ระหว่างผลตอบแทนที่คาดหวังกับความเสี่ยงเป็นเส้นตรง ผลตอบแทนที่ควรได้รับการลงทุนในหลักทรัพย์ใด ควรเท่ากับการถือหลักทรัพย์ที่ปราศจากความเสี่ยงบวกผลตอบแทนส่วนเพิ่มจากการถือหลักทรัพย์ที่มีความเสี่ยงเท่านั้น หากมีผลตอบแทนอื่นใดที่มากขึ้นกว่าการลงทุนในหลักทรัพย์นั้นให้ผลตอบแทนที่ผิดปกติ

ความสัมพันธ์ระหว่างผลตอบแทนที่คาดหวังกับความเสี่ยงจากการลงทุนในหลักทรัพย์ (รูปที่ 3.1) เป็นแบบเส้นตรง และจุด A ให้ผลตอบแทนสูงกว่าจุดบนเส้นตลาดหลักทรัพย์ (SML) ซึ่งแสดงว่าหลักทรัพย์มีราคาซื้อขายในตลาดต่ำกว่าราคาที่สมควรควรจะเป็น และจุด B คือหลักทรัพย์ที่มีผลตอบแทนต่ำกว่าหลักทรัพย์อื่นบนเส้นตลาดหลักทรัพย์ (SML) กล่าวคือ ณ ระดับความเสี่ยงหนึ่ง ผู้ลงทุนจะพากันซื้อหลักทรัพย์ A มากขึ้น เมื่อมีอุปสงค์มากขึ้น จะทำให้ราคาหลักทรัพย์

A นี้สูงขึ้น ทำให้อัตราผลตอบแทนลดลงจนผู้สมคบบนเส้นตลาดหลักทรัพย์ (SML) ส่วนหลักทรัพย์ B ผู้ลงทุนจะไม่ซื้อเนื่องจากผลตอบแทนที่ได้ต่ำกว่าผลตอบแทนที่ต้องการ บนเส้นตลาดหลักทรัพย์ (SML) ทำให้อุปสงค์ลดลง ราคาหลักทรัพย์ B จะลดลง จนทำให้อัตราผลตอบแทนเพิ่มขึ้นสู่สถานะสมคบบนเส้นตลาดหลักทรัพย์ (Security Market Line : SML)



รูปที่ 3.1 ความสัมพันธ์ระหว่างผลตอบแทนที่คาดหวังกับความเสี่ยงจากการลงทุนในหลักทรัพย์
ที่มา : Fischer and Jordan (1995: 642)

3.2 แบบจำลองการถดถอยแบบสลับเปลี่ยน (Switching Regression Model)

แบบจำลองการถดถอยแบบสลับเปลี่ยนเป็นแบบจำลองที่ประกอบด้วย 2 สถานการณ์ สมมุติให้ทั้งสองสถานการณ์เป็นดังนี้ (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และอารี วิบูลย์พงศ์, 2543: 33-38)

$$\text{สถานการณ์ 1: } Y_{1i} = \beta_1 X_{1i} + u_{1i} \quad \dots\dots\dots(3.3)$$

$$\text{สถานการณ์ 2: } Y_{0i} = \beta_0 X_{0i} + u_{0i} \quad \dots\dots\dots(3.4)$$

$$I' = (Y_{1i} - Y_{0i})\lambda - u_i \quad \dots\dots\dots(3.5)$$

$$I' = Z_i \lambda - u_i ; Z_i = (Y_{1i} - Y_{0i}), u_i \sim N(0, \sigma_i^2), u_{1i} \sim N(0, \sigma_{1i}^2), u_{0i} \sim N(0, \sigma_{0i}^2) \quad \dots\dots\dots(3.6)$$

โดยที่ Y_{1i} คือ ข้อมูลอนุกรมเวลาของตัวแปรตาม ณ สถานการณ์ 1
 Y_{0i} คือ ข้อมูลอนุกรมเวลาของตัวแปรตาม ณ สถานการณ์ 2
 X_{1i} คือ ข้อมูลอนุกรมเวลาของตัวแปรอิสระ ณ สถานการณ์ 1
 X_{0i} คือ ข้อมูลอนุกรมเวลาของตัวแปรอิสระ ณ สถานการณ์ 2
 $\beta_1, \beta_2, \lambda$ คือ ค่าพารามิเตอร์
 u_{1i}, u_{0i}, u_i คือ ค่าความคลาดเคลื่อนของตัวแปรสุ่ม
 I_i คือ ตัวแปรที่ไม่สามารถสังเกตได้ จึงสร้างตัวแปรหุ่น (Dummy Variable : I_i) ขึ้นมาซึ่งสามารถสังเกตได้

$$\left. \begin{aligned} I_i &= 1 \text{ เมื่อ } I_i^* \geq 0 \text{ หรือ } Z_i\lambda \geq u_i \\ I_i &= 0 \text{ เมื่อ } I_i^* < 0 \text{ หรือ } Z_i\lambda < u_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.7)$$

ซึ่งในการเกิดสถานการณ์ 1 จะไม่เกิดสถานการณ์ 2 อย่างแน่นอน ดังนั้น Y_i ที่ได้จะเป็นดังนี้

$$\left. \begin{aligned} Y_i &= Y_{1i} \text{ เมื่อ } I_i = 1 \\ Y_i &= Y_{0i} \text{ เมื่อ } I_i = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.8)$$

ในกรณีที่การแบ่งแยกตัวอย่างสามารถสังเกตได้ ค่าสังเกต I_i นั้นสามารถใช้วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบโพรบิท (Probit Maximum Likelihood) ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ และเนื่องจากสามารถประมาณค่าได้ในลักษณะที่เป็นสัดส่วนของปัจจัย (a Scale Factor) เท่านั้น จึงสมมุติให้ $\text{var}(u_i)=1$ และสมมุติว่า และ มีการแจกแจงแบบปกติสามตัวแปร (a Trivariate Normal Distribution) เวกเตอร์ของค่าเฉลี่ย (Mean Vector) เป็นศูนย์และเมตริกซ์ของความแปรปรวนร่วมเป็นดังนี้

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{10} & \sigma_{1u} \\ \sigma_{10} & \sigma_0^2 & \sigma_{0u} \\ \sigma_{1u} & \sigma_{0u} & 1 \end{bmatrix}$$

ภาวะความน่าจะเป็นสูงสุด (Likelihood Function) สำหรับแบบจำลองนี้คือ

$$L(\beta_1, \beta_0, \sigma_1^2, \sigma_0^2, \sigma_{1u}, \sigma_{0u}) = \prod \left[\int_{-\alpha}^{Z_i\lambda} g(y_{1i} - \beta_1 X_{1i}, u_{1i}) du_i \right]^{I_i} \left[\int_{Z_i\lambda}^{\alpha} f(y_{0i} - \beta_0 X_{0i}, u_i) du_i \right]^{1-I_i} \dots\dots\dots(3.9)$$

โดยที่ g และ f คือ ฟังก์ชันความหนาแน่นปกติสองตัวแปร (Bivariate Normal Density Functions) ของ (u_{1i}, u_i) และ (u_{0i}, u_i) ตามลำดับ

การประมาณค่าฟังก์ชันดังสมการ (3.9) สามารถทำได้โดยใช้วิธีการถดถอยสลับเปลี่ยน 2 ขั้นตอน (Two-Stage Switching Regression Method) เพื่อปรับค่าความคลาดเคลื่อนของฟังก์ชันให้ มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ ดังจะอธิบายได้ดังต่อไปนี้

เนื่องจากฟังก์ชันดังสมการ (3.9) ขึ้นอยู่กับฟังก์ชันสมการ (3.6) ค่าความคลาดเคลื่อนของ สมการ (3.3) และ (3.4) จึงสามารถเขียนได้ดังนี้คือ

$$E(u_{1i} | u_i \leq Z_i \lambda) = E(\sigma_{1u} u_i | u_i \leq Z_i \lambda) \\ = -\sigma_{1u} \left[\frac{\phi(Z_i \lambda)}{\Phi(Z_i \lambda)} \right] \quad \dots\dots\dots(3.10)$$

$$\text{และ } E(u_{0i} | u_i \geq Z_i \lambda) = E(\sigma_{0u} u_i | u_i > Z_i \lambda) \\ = \sigma_{0u} \left[\frac{\phi(Z_i \lambda)}{1 - \Phi(Z_i \lambda)} \right] \quad \dots\dots\dots(3.11)$$

จะเห็นว่าค่าคาดหวังของค่าความคลาดเคลื่อนของสมการ (3.10) และ (3.11) มีค่าไม่เป็น ศูนย์ การใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของสมการ (3.3) และ (3.4) จึงให้ ค่าประมาณของพารามิเตอร์เหล่านี้มีความเอนเอียง (Bias) และไม่สอดคล้อง (Inconsistent) ติ (Lee; 1976) จึงได้เสนอวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของสมการ (3.3) และ (3.4) ใหม่ โดยการเพิ่มตัว แปร W_{1i} และ W_{0i} เข้าไปในสมการ (3.3) และ (3.4) เพื่อขจัดปัญหาการเอนเอียง ซึ่งจะได้สมการ ใหม่ดังนี้

$$Y_{1i} = \beta_1 X_{1i} - \sigma_{1u} W_{1i} + \varepsilon_{1i} \quad \text{สำหรับ } I_i = 1 \quad \dots\dots\dots(3.12)$$

$$Y_{0i} = \beta_0 X_{0i} + \sigma_{0u} W_{0i} + \varepsilon_{0i} \quad \text{สำหรับ } I_i = 0 \quad \dots\dots\dots(3.13)$$

โดยที่

$$W_{1i} = \phi(Z_i \lambda) / \Phi(Z_i \lambda)$$

$$W_{0i} = \phi(Z_i \lambda) / [1 - \Phi(Z_i \lambda)]$$

ε_{1i} , ε_{0i} เป็นค่าความคลาดเคลื่อนตัวใหม่ที่มีค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไข (Conditional Means)

เป็นศูนย์

3.3 การวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลา

ในการศึกษาข้อมูลอนุกรมเวลา ลักษณะข้อมูลพื้นฐานของข้อมูลอนุกรมเวลาใดๆ มีข้อควร พิจารณา คือ ข้อมูลอนุกรมเวลานั้นๆ เป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่งหรือไม่ ข้อมูลอนุกรม

เวลาที่สามารถนำไปใช้พยากรณ์ได้จะต้องเป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่ง ดังนั้นจึงต้องทำการทดสอบก่อนว่าข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่งหรือไม่ ดังมีรายละเอียดต่อไปนี้

ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่ง (Stationary) หมายถึงการที่ข้อมูลอนุกรมเวลาอยู่ในสภาพของการสมดุลเชิงสถิติ (Statistical Equilibrium) ซึ่งหมายถึง การที่คุณสมบัติทางสถิติของข้อมูลอนุกรมเวลาไม่มีการเปลี่ยนแปลงถึงแม้เวลาจะเปลี่ยนแปลงไป แสดงได้ดังนี้

- (1) กำหนดให้ $X_t, X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+k}$ เป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่เวลา $t, t+1, t+2, \dots, t+k$
- (2) กำหนดให้ $X_{t+m}, X_{t+m+1}, X_{t+m+2}, \dots, X_{t+m+k}$ เป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่เวลา $t+m, t+m+1, t+m+2, \dots, t+m+k$
- (3) กำหนดให้ $P(X_t, X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+k})$ เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมของ $Z_t, Z_{t+1}, Z_{t+2}, \dots, Z_{t+k}$
- (4) กำหนดให้ $P(X_{t+m}, X_{t+m+1}, X_{t+m+2}, \dots, X_{t+m+k})$ เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมของ $Z_{t+m}, Z_{t+m+1}, Z_{t+m+2}, \dots, Z_{t+m+k}$

จากข้อกำหนดทั้ง 4 ข้อดังกล่าว X จะเป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่งเมื่อ

$$P(X_t, X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+k}) = P(X_{t+m}, X_{t+m+1}, X_{t+m+2}, \dots, X_{t+m+k})$$

ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีคุณสมบัติสอดคล้องกับเงื่อนไขนี้เรียกว่า ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่งแบบเข้มงวด แต่ในทางปฏิบัตินิยมใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่งแบบอ่อน กล่าวคือ X จะเป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่งแบบอ่อนเมื่อ

- (1) ค่าเฉลี่ย : $E(X_t) = \mu =$ ค่าคงที่
- (2) ความแปรปรวน $V(X_t) = \sigma^2 =$ ค่าคงที่
- (3) ความแปรปรวนร่วม $Cov(X_t, X_{t+k}) = E(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu) = \sigma_k - \mu$

ถ้าหากไม่เป็นดังข้อกำหนดข้างต้นข้อใดข้อหนึ่ง กล่าวได้ว่าข้อมูลอนุกรมเวลาดังกล่าวมีลักษณะไม่นิ่ง (Non-Stationary)

การทดสอบว่าข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่งหรือไม่นั้น เดิมจะพิจารณาที่ค่าสัมประสิทธิ์ในตัวเอง (Autocorrelation Coefficient Function : ACF) ตามแบบจำลองของบ็อก-เจนกินส์ (Box-Jenkins Model) แต่ว่ากรณีที่สหสัมพันธ์ (Correlation : ρ) ใกล้ 1 มากๆ การพิจารณาที่ค่า ACF ก่อนข้างจะไม่แม่นยำ เพราะว่าการแสดงค่า ACF มีค่าแนวโน้มลดลงเหมือนกัน บางคนอาจจะสรุปไม่ได้เหมือนกันเพราะประสบการณ์ที่แตกต่างกัน อาจทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนได้ ดังนั้น

Dickey-Fuller จึงพัฒนาการตรวจสอบข้อมูลอนุกรมเวลาว่ามีลักษณะนิ่งหรือไม่ โดยการทดสอบ
 ยูนิทรูท (Unit Root)

3.4 การทดสอบยูนิทรูท (Unit Root)

การทดสอบยูนิทรูท เป็นการตรวจสอบข้อมูลอนุกรมเวลาว่ามีลักษณะข้อมูลเป็นแบบ “นิ่ง”
 หรือ “ไม่นิ่ง” โดย Dickey-Fuller สมมติแบบจำลองเป็นดังนี้

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \varepsilon_t \dots\dots\dots(3.14)$$

$$X_t = \rho X_{t-1} + e_t \dots\dots\dots(3.15)$$

- โดยที่ Y_t คือ ตัวแปรตาม
- X_t คือ ตัวแปรอิสระ
- α, β คือ ค่าพารามิเตอร์
- ε_t, e_t คือ ความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม (Random Error)
- ρ คือ สัมประสิทธิ์อัตโนมัติสัมพันธ์ (Autocorrelation Coefficient)
- ให้ $\rho = 1$ จะได้ $X_t = X_{t-1} + e_t ; e_t \sim iid(0, \sigma^2 e_t)$

โดยที่ e_t เป็นอนุกรมของตัวแปรสุ่มที่แจกแจงแบบปกติเหมือนกันและเป็นอิสระต่อกัน
 โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ และค่าความแปรปรวนคงที่ โดยมีสมมติฐานการทดสอบของ Dickey-
 Fuller คือ

$$H_0 : \rho = 1$$

$$H_1 : |\rho| < 1 ; -1 < \rho < 1$$

ถ้ายอมรับ $H_0 : \rho = 1$ หมายความว่า X_t มียูนิทรูท หรือ X_t มีลักษณะไม่นิ่ง แต่ถ้ายอมรับ
 $H_1 : |\rho| < 1$ หมายความว่า X_t ไม่มียูนิทรูท หรือ X_t มีลักษณะนิ่ง อย่างไรก็ตามการทดสอบ
 ยูนิทรูทดังกล่าวข้างต้นสามารถทำได้อีกวิธีหนึ่ง คือ

$$\text{ให้ } \rho = (1 + \theta) ; -1 < \theta < 0$$

โดยที่ θ คือ พารามิเตอร์

จากสมการ (3.13) จะได้

$$X_t = (1 + \theta)X_{t-1} + e_t$$

$$X_t = X_{t-1} + \theta X_{t-1} + e_t$$

$$X_t - X_{t-1} = \theta X_{t-1} + e_t$$

$$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + e_t \dots\dots\dots(3.16)$$

จากสมการ (3.14) จะได้สมมติฐานการทดสอบของ Dickey-Fuller ใหม่ คือ

$$H_0: \theta = 0$$

$$H_1: \theta < 0$$

ถ้ายอมรับ $H_0: \theta = 0$ จะได้ว่า $\rho = 1$ หมายความว่า X_t มียูนิทรูท หรือ X_t มีลักษณะไม่นิ่ง แต่ถ้ายอมรับ $H_1: \theta < 0$ จะได้ว่า $\rho < 1$ หมายความว่า X_t ไม่มียูนิทรูท หรือ X_t มีลักษณะนิ่ง

เนื่องจากข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t มีส่วนสัมพันธ์กับข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา $t-1$ ค่าคงที่และแนวโน้ม

ดังนั้นสรุปแล้ว Dickey-Fuller จะพิจารณาสมการถดถอย 3 รูปแบบที่แตกต่างกัน ในการทดสอบว่ามียูนิทรูทหรือไม่ ซึ่ง 3 สมการดังกล่าว ได้แก่

$$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + e_t \quad \dots\dots\dots(3.17)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + e_t \quad \dots\dots\dots(3.18)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \beta_t + \theta X_{t-1} + e_t \quad \dots\dots\dots(3.19)$$

การตั้งสมมติฐานของการทดสอบของ Dickey-Fuller เป็นเช่นเดียวกับที่กล่าวมาแล้วข้างต้น ส่วนการทดสอบโดยใช้การทดสอบ Augmented Dickey-Fuller test หรือ ADF test โดยเพิ่มขบวนการถดถอยในตัวเอง (Autoregressive Processes) เข้าไปในสมการ (3.17) (3.18) และ (3.19) ซึ่งเป็นการแก้ปัญหากรณีที่ใช้การทดสอบของ Dickey-Fuller แล้วค่าเคอร์บิน-วัตสันต่ำ การเพิ่มขบวนการถดถอยในตัวเองเข้าไปในนั้น ผลการทดสอบ Augmented Dickey-Fuller จะทำให้ได้ค่าเคอร์บิน-วัตสันเข้าใกล้ 2 ทำให้ได้สมการใหม่เป็น

$$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta X_{t-i} + e_t \quad \dots\dots\dots(3.20)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta X_{t-i} + e_t \quad \dots\dots\dots(3.21)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \beta_t + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta X_{t-i} + e_t \quad \dots\dots\dots(3.22)$$

โดยที่ X_t คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t
 X_{t-1} คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา $t-1$
 $\alpha, \theta, \beta, \phi$ คือ ค่าพารามิเตอร์
 t คือ ค่าแนวโน้ม
 e_t คือ ข้อมูลอนุกรมเวลาของตัวแปรสุ่ม

3.5 สมการถดถอยไม่แท้จริง (Spurious Regression)

ในหัวข้อก่อนได้กล่าวถึงข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่งไปแล้ว หัวข้อต่อไปนี้เป็นผลจากการที่ใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาเพื่อการพยากรณ์ค่าในอนาคต แต่ไม่ได้ตรวจสอบความนิ่งของอนุกรมเวลา ทำให้การพยากรณ์ดังกล่าวไม่ถูกต้อง กล่าวคือได้สมการถดถอยไม่แท้จริงนั่นเอง

พิจารณา 2 สมการที่ไม่มีความสัมพันธ์กันดังนี้

$$Y_t = Y_{t-1} + u_t \quad \dots\dots (3.23)$$

$$X_t = X_{t-1} + v_t \quad \dots\dots (3.24)$$

โดยที่ Y_t, X_t คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t

Y_{t-1}, X_{t-1} คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา $t-1$

u_t, v_t คือ ข้อมูลอนุกรมเวลาของตัวแปรสุ่ม

เมื่อกำหนดให้ Y_t และ X_t เป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่ไม่มีความสัมพันธ์กันเลย แต่สมการถดถอยไม่แท้จริงสามารถเกิดขึ้นได้ถึงแม้ว่าข้อมูลอนุกรมเวลาดังกล่าวจะมีขนาดใหญ่ ทั้งนี้เป็นเพราะว่า ข้อมูลอนุกรมเวลานั้นมีลักษณะไม่นิ่งนั่นเองเมื่อการเคลื่อนที่ของ u_t และ v_t เป็นอิสระกันทำให้ไม่เกิดความสัมพันธ์ต่อกันระหว่าง Y_t และ X_t แต่ความสัมพันธ์ระหว่าง Y_t กับ Y_{t-1} และ X_t กับ X_{t-1} กลับมีค่าสูงมาก ดังนั้นสมการถดถอยของ X_t เพื่อพยากรณ์ Y_t มีค่า R^2 ที่สูง และค่าเคอร์บิน-วัตสันต่ำมาก ทั้งๆ ที่ Y_t และ X_t ไม่มีความสัมพันธ์กัน ถ้า R^2 ที่ได้มีค่าสูงมากๆ ให้สงสัยไว้เลยว่าสมการถดถอยที่ได้เป็นสมการถดถอยไม่แท้จริง ให้หาสมการถดถอยใหม่ จากข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีหนึ่งอันดับของการร่วมกัน [I(1)] แล้วดูว่า R^2 ที่ได้เข้าใกล้ 0 และค่าเคอร์บิน-วัตสันเข้าใกล้ 2 หรือไม่ ถ้าใช่ แสดงว่า Y_t และ X_t ไม่มีความสัมพันธ์กัน R^2 ที่ได้เป็น R^2 ที่ไม่แท้จริง และสมการถดถอยที่ได้ก็เป็นสมการถดถอยที่ไม่แท้จริง ดังนั้นถ้ามีการนำเอาสมการถดถอยไม่แท้จริงไปใช้ย่อมไม่ถูกต้อง

3.6 แนวคิดเกี่ยวกับการร่วมกันไปด้วยกัน (Cointegration)

ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่งสามารถนำไปใช้หาสมการถดถอยได้ ส่วนอนุกรมเวลาที่มีลักษณะไม่นิ่งเมื่อนำไปใช้หาสมการถดถอยอาจได้สมการถดถอยที่ไม่แท้จริง เมื่อทราบว่าข้อมูลอนุกรมเวลามีลักษณะไม่นิ่งแล้ว อาจไม่เกิดปัญหาสมการถดถอยไม่แท้จริงก็ได้ หากว่าสมการถดถอยดังกล่าวมีลักษณะการร่วมกันไปด้วยกัน

การร่วมไปด้วยกันคือ การมีความสัมพันธ์ระยะยาวระหว่างข้อมูลอนุกรมเวลาดังแต่ 2 ตัวแปรขึ้นไปมีลักษณะไม่นิ่ง แต่ส่วนเบี่ยงเบนที่ออกจากความสัมพันธ์ในระยะยาวมีลักษณะนิ่ง สมมุติให้ตัวแปรข้อมูลอนุกรมเวลา 2 ตัวแปรใด ๆ ที่มีลักษณะไม่นิ่งแต่มีค่าสูงขึ้นไปด้วยกันทั้ง

คู่ และมีอันดับความสัมพันธ์ของข้อมูลเหมือนกัน (Integration of the same order) ความแตกต่างระหว่างตัวแปรทั้งสองไม่มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นหรือลดลง อาจเป็นไปได้ว่าความแตกต่างระหว่างตัวแปรทั้งสองดังกล่าวมีลักษณะนิ่ง กล่าวได้ว่าข้อมูลอนุกรมเวลาดังกล่าวมีการร่วมกัน ไปด้วยกัน

ดังนั้นการถดถอยร่วมกัน ไปด้วยกัน (Cointegration Regression) คือเทคนิคการประมาณค่าความสัมพันธ์คุณภาพระยะยาวระหว่างข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะไม่นิ่ง โดยที่การเบี่ยงเบนออกจากคุณภาพระยะยาวต้องมีลักษณะนิ่ง

การถดถอยร่วมกัน ไปด้วยกันคือ การใช้ส่วนที่เหลือจากสมการถดถอยที่ได้มาทำการทดสอบว่ามีการร่วมกัน ไปด้วยกันหรือไม่ โดยการทดสอบยูนิทรูท จะได้ว่าจากสมการ (3.23) นำค่า ε_t มาหาสมการถดถอยใหม่ดังต่อไปนี้

$$\Delta \hat{\varepsilon}_t = \gamma \hat{\varepsilon}_{t-1} + \sigma_t \quad \dots\dots\dots(3.25)$$

โดยที่ $\hat{\varepsilon}_t, \hat{\varepsilon}_{t-1}$ คือ ส่วนที่เหลือ ณ เวลา t และ $t-1$ ที่นำมาหาสมการถดถอยใหม่

γ คือ ค่าพารามิเตอร์

σ_t คือ ข้อมูลอนุกรมเวลาของตัวแปรสุ่ม

ตั้งสมมุติฐาน $H_0: \gamma = 0$ ไม่มีการร่วมกัน ไปด้วยกัน

$H_1: \gamma \neq 0$ มีการร่วมกัน ไปด้วยกัน

โดยใช้สถิติ "t" : ซึ่งมีสูตรดังต่อไปนี้

$$t = \frac{\hat{\gamma}}{S.E.\hat{\gamma}}$$

นำค่า t-test ที่ใช้ในการทดสอบเทียบกับค่าวิกฤต Mackinon ถ้ายอมรับ H_0 หมายความว่าสมการถดถอยที่ได้ไม่มีการร่วมกัน ไปด้วยกัน และถ้ายอมรับ H_1 หมายความว่าสมการถดถอยที่ได้มีการร่วมกัน ไปด้วยกันนั่นเอง ถึงแม้ว่าข้อมูลอนุกรมเวลาในสมการ (3.14) นั้นจะเป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะไม่นิ่งก็ตาม

3.7 แนวความคิดเกี่ยวกับแบบจำลองเอเรอร์คอเรคชัน (Error-Correction Model: ECM)

แบบจำลองเอเรอร์คอเรคชัน (ECM) คือกลไกการปรับตัวเข้าสู่ดุลยภาพในระยะยาวสมมุติให้ Y_t และ X_t เป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะไม่นิ่ง และไม่เกิดปัญหาสมการถดถอยไม่แท้จริง สมการถดถอยที่ได้มีการร่วมกัน ไปด้วยกัน โดยมีกลไกการปรับตัวเข้าสู่ดุลยภาพในระยะยาว หมายความว่าตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะยาว แต่ในระยะสั้นอาจมีการออกนอกดุล

ภาพได้ เพราะฉะนั้นจึงให้พจน์ค่าความคลาดเคลื่อนคุณภาพนี้อาจเป็นตัวเชื่อมพฤติกรรมระยะสั้นและระยะยาวเข้าด้วยกัน โดยลักษณะที่สำคัญของตัวแปรอนุกรมเวลาที่มีการร่วมกันไปด้วยกันคือวิถีเวลา (Time Path) ของอนุกรมเวลาเหล่านี้ได้รับอิทธิพลจากการเบี่ยงเบนออกจากคุณภาพระยะยาว ดังนั้นเมื่อกลับเข้าสู่คุณภาพระยะยาว การเคลื่อนไหวของข้อมูลอนุกรมเวลาอย่างน้อยบางตัวแปรจะต้องตอบสนองต่อขนาดของการออกนอกคุณภาพในแบบจำลองเอเรอร์คอเรคชันพลวัตพจน์ระยะสั้น (Short-term Dynamics) ของตัวแปรในระบบจะได้รับอิทธิพลการเบี่ยงเบนออกจากคุณภาพ (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์และอารี วิบูลย์พงศ์, 2542)

ตัวอย่างแบบจำลองเอเรอร์คอเรคชัน (ECM) เป็นดังนี้

$$\Delta Y_t = a_1 + a_2 \varepsilon_{t-1} + \sum_{m=1}^n a_{4m} \Delta X_{t-m} + \sum_{p=1}^q a_{5p} \Delta Y_{t-p} + \mu_{yt} \quad \dots\dots\dots(3.26)$$

$$\Delta X_t = b_1 + b_2 \varepsilon_{t-1} + \sum_{r=1}^s b_{4r} \Delta X_{t-r} + \sum_{u=1}^q b_{5u} \Delta Y_{t-u} + \mu_{xt} \quad \dots\dots\dots(3.27)$$

โดยที่ X_t, Y_t คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t
 Y_{t-p}, Y_{t-u} คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา $t-p$ และ ณ เวลา $t-u$
 X_{t-m}, X_{t-r} คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา $t-m$ และ ณ เวลา $t-r$
 ε_{t-1} คือ ส่วนที่เหลือ ณ เวลา $t-1$ จากสมการความสัมพันธ์ระยะยาว
 μ_{yt}, μ_{xt} คือ ความคลาดเคลื่อนของตัวแปรสุ่ม
 $a_1, a_2, a_{4m}, a_{5p}, b_1, b_2, b_{4m}, b_{5u}$ คือ ค่าพารามิเตอร์ $m = 1, 2, 3, \dots, n$
 $p = 1, 2, 3, \dots, q$
 $r = 1, 2, 3, \dots, s$
 $u = 1, 2, 3, \dots, v$