

ชื่อเรื่อง การศึกษาเงื่อนไขที่เพียงพอต่อการดูเซตแบบยูนิฟอร์ม

ชื่อผู้เขียน นางสาวเปรมศรี นามพลแสน

การค้นคว้าแบบอิสระเชิงวิทยานิพนธ์ วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์
มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ 2527

บทคัดย่อ

การค้นคว้าแบบอิสระเชิงวิทยานิพนธ์ เริ่มต้นด้วยการศึกษาเงื่อนไขที่เพียงพอต่อการดูเซตแบบยูนิฟอร์ม ของลำดับของฟังก์ชันต่อเนื่องค่าจริง $\{f_n\}$ บนสับเซต K ของเมตริกสเปซ (X, d) ไปยังฟังก์ชันต่อเนื่องค่าจริง f บน K เมื่อทราบว่า $\{f_n\}$ ดูเซตแบบจุดต่อจุดไปยัง f จากการศึกษาพบว่า เงื่อนไขในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นเงื่อนไขที่เพียงพอที่ทำให้ $\{f_n\}$ ดูเซตไปยัง f แบบยูนิฟอร์มบน K เงื่อนไขดังกล่าวได้แก่

1. K เป็นคอมแพกต์เซต และลำดับของฟังก์ชัน $\{f_n\}$ เป็นลำดับลด

2. K เป็นยูทิลเมตริกสเปซ $[0, 1]$ และแต่ละ f_n เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

3.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sup_{x \in K} |f_n(x) - f(x)| \right) = 0$$

จุดประสงค์ที่สำคัญของงานวิจัยนี้ เพื่อหาเงื่อนไขที่แตกต่างไปจากที่กล่าวมาข้างต้น และทำให้ผลสรุปยังคงเป็นจริง เงื่อนไขใหม่ที่ได้จากการวิจัยครั้งนี้ มีดังนี้

1. K เป็นคอมแพกต์เมตริกสเปซ และแต่ละเซตเปิด U มี $n_U \in \mathbb{N}$ ที่ทำให้ $f_n(x) \geq f_{n+1}(x)$, $\forall n \geq n_U$, $\forall x \in U$

2. K เป็นยูเนียนเมตริกสเปซของ R ที่มีขอบเขต และ

$$2.1 \quad f_n(x) \geq f_{n+1}(x), \quad \forall x \in K, \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

$$2.2 \quad \lim_{x \rightarrow q} f_n(x) \text{ หาค่าได้, } \forall q \in K' - K, \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

$$2.3 \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \bar{f}_n(q) = \bar{f}(q)$$

$$\lim_{x \rightarrow q} f(x) = \bar{f}(q), \quad \forall q \in K' - K$$

$x \in K$

3. K เป็นสเปซของเมตริกสเปซ (X, d) และ

$$3.1 \quad f_n(x) \geq f_{n+1}(x), \quad \forall x \in K, \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

3.2 แต่ละ $n \in \mathbb{N}$ มีคอมแพกต์เซต K_n

$$\text{ที่} \text{ทำให้} \quad K = \bigcup_{n=1}^{\infty} K_n$$

$$\text{และ} \quad \lim_{m \rightarrow \infty} \left(\sup_{x \in K_m} |f_{n_0}(x) - f(x)| \right) = 0,$$

สำหรับ $n_0 \in \mathbb{N}$ บางตัว

Research Title Study on a Sufficient Condition for Uniform
Convergence

Name Ms. Prem Sri Nampolsan

Research For Master of Science in Teaching Mathematics
Chiang Mai University 1984

Abstract

This research begins with the study of a sufficient condition for uniform convergence of a sequence of continuous real valued functions $\{f_n\}$ on a subset K of a metric space (X, d) into continuous real valued function f on K given that $\{f_n\}$ is pointwise convergent to f . The study shows that each of the following conditions is sufficient for $\{f_n\}$ to f uniformly on K . The conditions are

1. K is a compact set and the sequence of functions $\{f_n\}$ is a decreasing sequence

2. K is a usual metric subspace $[0, 1]$ and each f_n is increasing

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sup_{x \in K} |f_n(x) - f(x)| \right) = 0$

The important purpose of this study is to find further sufficient conditions apart from those stated above which lead to the same result. The new conditions are

1. K is a compact metric space and for each open set U has $n_u \in \mathbb{N}$ such that

$$f_n(x) \geq f_{n+1}(x), \quad \forall n \geq n_u, \quad \forall x \in U$$

2. K is a usual metric subspace of \mathbb{R} which bounded set and

2.1 $f_n(x) \geq f_{n+1}(x), \quad \forall x \in K, \quad \forall n \in \mathbb{N}$

2.2 $\lim_{x \rightarrow q} f_n(x)$ exists, $\forall q \in K' - K, \forall n \in \mathbb{N}$

2.3 $\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{F}_n(q) = \bar{F}(q)$

$$\lim_{x \rightarrow q} f(x) = \bar{f}(q), \quad \forall q \in K' - K$$

$x \in K$

3. K is a subspace of the metric space (X, d) and

3.1 $f_n(x) \geq f_{n+1}(x), \quad \forall x \in K, \quad \forall n \in \mathbb{N}$

- 3.2 For each $n \in \mathbb{N}$ has a compact set K_n

such that $K = \bigcup_{n=1}^{\infty} K_n$ and

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \left(\sup_{x \in K_m} |f_{n_0}(x) - f(x)| \right) = 0,$$

for some $n_0 \in \mathbb{N}$.