ชื่อเรื่องการค้นคว้าแบบอิสระเชิงวิทยานิพนธ์	การลู่เข้าของเมเชอเรเบิลฟังก์ชัน
ชื่อผู้เขียน	นายแม็คคาเทอร์ หล้ามุงคุณ
วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต	สาขาการสอนคณิตศาสตร์

คณะกรรมการตรวจสอบการค้นคว้าแบบอิสระเชิงวิทยานิพนธ์

อาจารย์รุ่งนภา	ภักดีสู่สุข	ประธานกรรมการ
ผศ.ดร.สมพงษ์	ธรรมพงษา	กรรมการ
อาจารย์นฤมล	ศรชัยยืน	กรรมการ

บทคัดย่อ

การค้นคว้าแบบอิสระเชิงวิทยานิพนธ์นี้ เริ่มต้นด้วยการศึกษาความสัมพันธ์ของการลู่เข้าแบบต่าง ๆ ของลำดับของ (เลเบสก์) เมเชอเรเบิลฟังก์ชัน $\{f_n\}$ ซึ่งพบว่า ลำดับของเมเชอเรเบิลฟังก์ชัน $\{f_n\}$ ที่ลู่เข้าแบบหนึ่ง ไม่จำเป็นที่ลำดับของเมเชอเรเบิลฟังก์ชันดังกล่าวจะลู่เข้าอีกแบบหนึ่ง จุดมุ่งหมายของการค้นคว้าแบบอิสระเชิงวิทยานิพนธ์นี้ เพื่อหาเงื่อนไขที่เพียงพอที่ทำให้การลู่เข้าในแบบอื่นเป็นจริง

ผลที่ได้จากการวิจัย

1. ให้ $f_n, f : E \longrightarrow Re.$ เป็นเมเชอเรเบิลฟังก์ชัน $\forall n \geq 1$; f_n, f ไฟไนท์ a.e. บน E $\forall n \geq 1$ ซึ่ง

$f_n \xrightarrow{m} f$ บน E และ $\{f_n\}$ เป็นลำดับโมโนโทน แล้วจะได้ว่า $f_n \xrightarrow{a.u.} f$ บน E

2. ให้ $f_n, f : E \dashrightarrow Re$ เป็นเมเชอเรเบิลฟังก์ชัน $\forall n \geq 1$; f_n, f ไฟไนท์ a.e. บน E $\forall n \geq 1$ โดยที่ E มีคุณสมบัติว่าทุก ๆ $\delta > 0$ จะมี $\delta_o > 0$ ที่ $m(E \cap (x-\delta, x+\delta)) \geq \delta_o$ $\forall x \in E$ และ $\{f_n, f\}$ อีควิคอนตินิวอัสบน E และถ้า $f_n \xrightarrow{m} f$ บน E แล้ว จะได้ว่า $f_n \xrightarrow{u} f$ บน E

3.

3.1 ให้ $f_n, f : E \dashrightarrow Re$ เป็นเมเชอเรเบิลฟังก์ชัน $\forall n \geq 1$; f_n, f ไฟไนท์ a.e. บน E $\forall n \geq 1$ สมมติว่า $f_n \xrightarrow{a.e.} f$ บน E และ $\forall j \in N$, $\{x \in E : |f_n(x) - f(x)| \geq \frac{1}{j}\}$ เป็นลำดับลดลง และมี $n_j \in N$ ซึ่ง $m(\{x \in E : |f_{n_j}(x) - f(x)| \geq \frac{1}{j}\}) < \infty$ แล้วจะได้ว่า $f_n \xrightarrow{m} f$ บน E

3.2 ให้ $f_n, f : E \dashrightarrow Re$ เป็นเมเชอเรเบิลฟังก์ชัน $\forall n \geq 1$; f_n, f ไฟไนท์ a.e. บน E $\forall n \geq 1$ สมมติว่า

$f_n \xrightarrow{a.e.} f$ บน E และ (f_n) เป็นลำดับโมโนโทน และสำหรับแต่ละ $\varepsilon > 0$, $m(\{x \in E : |f_1(x) - f(x)| \geq \varepsilon\}) < \infty$ แล้วจะได้ว่า $f_n \xrightarrow{m} f$ บน E

4. ให้ $f_n, f : E \to Re$ เป็นเมเชอเรเบิลฟังก์ชัน $\forall n \geq 1$; f_n, f ไฟไนท์ a.e. บน E $\forall n \geq 1$ สมมติว่า $f_n \xrightarrow{m} f$ บน E และ $\forall j \in N$, $\{x \in E : |f_n(x) - f(x)| \geq \frac{1}{j}\}$ เป็นลำดับลดลง แล้วจะได้ว่า $f_n \xrightarrow{a.e.} f$ บน E

5. ให้ $f_n, f : E \to Re$ เป็นเมเชอเรเบิลฟังก์ชัน $\forall n \geq 1$; f_n, f ไฟไนท์ a.e. บน E $\forall n \geq 1$ โดยที่ E มีคุณสมบัติว่า ทุก ๆ $\delta > 0$ จะมี $\delta_o > 0$ ที่ $m(E \cap (x-\delta, x+\delta)) \geq \delta_o \ \forall x \in E$ และ $\{f_n, f\}$ อิควิคอนตินิวอัส บน E และสมมติว่า $f_n \xrightarrow{a.u.} f$ บน E แล้วจะได้ว่า $f_n \xrightarrow{u} f$ บน E

6. ให้ $f_n, f : E \to Re$ เป็นเมเชอเรเบิลฟังก์ชัน $\forall n \geq 1$; f_n, f ไฟไนท์ a.e. บน E $\forall n \geq 1$ สมมติว่า $f_n \xrightarrow{a.e.} f$ บน E และ (f_n) เป็นลำดับโมโนโทน และสำหรับแต่ละ $\varepsilon > 0$, $m(\{x \in E : |f_1(x) - f(x)| \geq \varepsilon\}) < \infty$ แล้วจะได้ว่า $f_n \xrightarrow{a.u.} f$ บน E

Research Title	Convergence of Measurable Functions
Author	Mr. Macarthur Lamungkhun
M.S.	Teaching Mathematics
Examining Committee	Lecturer Roongnapa Puchdeesusook Chairman
	Assist.Prof.Dr.Sompong Dhompongsa Member
	Lecturer Narumon Sornchaiyeun Member

Abstract

This research begins with the study of relationship between the various types of convergence of sequences of (Lebesgue) measurable functions $\{f_n\}$ where we see that any sequence of measurable functions $\{f_n\}$ converge in one sense may not converge in another sense. The purpose of this research is to find a sufficient condition for the convergence in another sense.

The conclusion are

1. Let $f_n, f : E \dashrightarrow Re$ be measurable functions $\forall\, n \geq 1$, f_n, f finite a.e. on E $\forall\, n \geq 1$ such that $f_n \xrightarrow{m} f$ on E and $\{f_n\}$ is a monotone sequence, then $f_n \xrightarrow{a.u.} f$ on E.

2. Let f_n, $f : E \dashrightarrow Re$ be measurable functions $\forall\, n \geq 1$, f_n, f finite a.e. on E $\forall\, n \geq 1$ such that E satisfies the condition : for all $\delta > 0$ there exists $\delta_o > 0$ such that $m(E \cap (x-\delta,\, x+\delta)) \geq \delta_o$, $\forall\, x \in E$, $\{f_n, f\}$ is a equicontinuous on E and $f_n \xrightarrow{m} f$ on E then $f_n \xrightarrow{u} f$ on E.

3.

3.1 Let f_n, $f : E \dashrightarrow Re$ be measurable functions $\forall\, n \geq 1$, f_n, f finite a.e. on E $\forall\, n \geq 1$. Assume that $f_n \xrightarrow{a.e.} f$ on E and $\forall\, j \in N$, the sequence $\{x \in E : |f_n(x) - f(x)| \geq \frac{1}{j}\}$ is decreasing and there exists $n_j \in N$ such that $m(\{x \in E : |f_{n_j}(x) - f(x)| \geq \frac{1}{j}\}) < \infty$. Then $f_n \xrightarrow{m} f$ on E.

3.2 Let f_n, $f : E \dashrightarrow Re$ be measurable functions $\forall\, n \geq 1$, f_n, f finite a.e. on E $\forall\, n \geq 1$. Assume that $f_n \xrightarrow{a.e.} f$ on E, $\{f_n\}$ is a monotone sequence, and for each $\varepsilon > 0$, $m(\{x \in E : |f_1(x) - f(x)| \geq \varepsilon\}) < \infty$ then $f_n \xrightarrow{m} f$ on E.

4. Let f_n, $f : E \dashrightarrow Re$ be measurable functions $\forall\, n \geq 1$, f_n, f finite a.e. on E $\forall\, n \geq 1$. Assume that $f_n \xrightarrow{m} f$ on E and $\forall\, j \in N$, the sequence $\{x \in E : |f_n(x) - f(x)| \geq \frac{1}{j}\}$ is decreasing. Then $f_n \xrightarrow{a.e.} f$ on E.

5. Let $f_n, f : E \dashrightarrow \mathrm{Re}$ be measurable functions $\forall n \geq 1$, f_n, f finite a.e. on E $\forall n \geq 1$, such that E satisfies the condition : for all $\delta > 0$ there exists $\delta_o > 0$ such that $m(E \cap (x-\delta, x+\delta)) \geq \delta_o$, $\forall x \in E$ and $\{f_n, f\}$ is equicontinuous on E and assume that $f_n \xrightarrow{a.u} f$ on E. Then $f_n \xrightarrow{u} f$ on E.

6. Let $f_n, f : E \dashrightarrow \mathrm{Re}$ be measurable functions $\forall n \geq 1$, f_n, f finite a.e. on E $\forall n \geq 1$. Assume that $f_n \xrightarrow{a.e.} f$ on E, $\{f_n\}$ is a monotone sequence and for each $\varepsilon > 0$, $m(\{x \in E : |f_1(x) - f(x)| \geq \varepsilon\}) < \infty$. Then $f_n \xrightarrow{a.u.} f$ on E.