ชื่อเรื่องการค้นคว้าแบบอิสระเชิงวิทยานิพนธ์ เงื่อนไขที่ทำให้เซมิริงเป็นริง เซมิฟิลด์ หรือฟิลด์

ชื่อผู้เขียน นายไพบูลย์ โคตรบ้านแข้

วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์

คณะกรรมการตรวจสอบการค้นคว้าแบบอิสระเชิงวิทยานิพนธ์

ผศ.จินตนา แสนวงศ์ ประธานกรรมการ

ผศ.มัลลิกา ถาวรอธิวาสน์ กรรมการ

ผศ.ดำรง จันทร กรรมการ

บทคัดย่อ

จุดมุ่งหมายของการค้นคว้าแบบอิสระเชิงวิทยานิพนธ์ เพื่อทำให้เซมิริงเป็นริง เซมิฟิลด์หรือฟิลด์ โดยอาศัยเงื่อนไขจากเมตริกซ์ที่หาตัวผกผันได้บนเซมิริงสลับที่ที่มี 0, 1 ซึ่งกำหนดดังนี้

ให้ S เป็นเซมิริงสลับที่ที่มี 0, 1

P_1 หมายถึง $A \in M_n(S)$ หาตัวผกผันได้ ก็ต่อเมื่อ $\det^+ A = \det^- A + 1$

P_2 หมายถึง $A \in M_n(S)$ หาตัวผกผันได้ ก็ต่อเมื่อ มี $B \in M_n(S)$ ที่ทำให้ $\det^+ AB = \det^- AB + 1$

P_3 หมายถึง $A \in M_n(S)$ หาตัวผกผันได้ ก็ต่อเมื่อ $\det^+ A \neq \det^- A$

P_4 หมายถึง $A \in M_n(S)$ หาตัวผกผันได้ ก็ต่อเมื่อ มี $x \in S$ ที่ทำให้ $x(\text{per } A) = 1$ และ $2A_{ij}A_{ik} = 0$ สำหรับ $i,j,k \in \{1, 2, 3, \ldots, n\}$ โดยที่ $j \neq k$

P_5 หมายถึง $A \in M_n(S)$ หาตัวผกผันได้ ก็ต่อเมื่อ ทุก ๆ แถว และทุก ๆ หลักของ A มีสมาชิกที่ไม่เป็นศูนย์เพียงตัวเดียวเท่านั้น

P_6 หมายถึง $A \in M_n(S)$ หาตัวผกผันได้ ก็ต่อเมื่อ สำหรับ $k \in \{1,2,3,\ldots,n\}$

จะมี $x_k \in S$ ที่ทำให้ $x_k(\sum_{t=1}^{n} A_{kt}) = 1$ และ

$A_{ij}A_{i'j} = 0$

สำหรับ $i, i', j \in \{1, 2, 3, \ldots, n\}$ โดยที่ $i \neq i'$

P_7 หมายถึง $A \in M_n(S)$ หาตัวผกผันได้ ก็ต่อเมื่อ ทุก ๆ แถวและทุก ๆ หลัก ของ A มีสมาชิกที่ไม่เป็นศูนย์เพียงตัวเดียว และสมาชิกที่ไม่เป็นศูนย์นั้นมีตัวผกผันสำหรับการคูณใน S

จากการศึกษาพบว่า

1. S มีคุณสมบัติ P_2 ก็ต่อเมื่อ S เป็นริง
2. ถ้า S มีคุณสมบัติ P_1 แล้ว S มีคุณสมบัติ P_2
3. S มีคุณสมบัติ P_3 ก็ต่อเมื่อ S เป็นฟิลด์
4. S มีคุณสมบัติ P_5 ก็ต่อเมื่อ S เป็นเซมิฟิลด์
5. S มีคุณสมบัติ P_5 แล้ว S มีคุณสมบัติ P_7
6. ถ้า S มีคุณสมบัติ P_7 แล้ว สำหรับ $a, b \in S$ ซึ่ง

   $a + b = 0 \Longrightarrow a = b = 0$
7. S มีคุณสมบัติ P_6 ก็ต่อเมื่อ สำหรับ $a, b \in S$ ซึ่ง

   $a + b = 0 \Longrightarrow a = b = 0$
8. S มีคุณสมบัติ P_4 ก็ต่อเมื่อ สำหรับ $a, b \in S$ ซึ่ง

   $a + b = 0 \Longrightarrow a = b$

Research Title	The Condition for Being a Ring a Semifield or a Field of a Semiring
Author	Mr. Paiboon Cotebankhae
M.S.	Teaching Mathematics
Examining Committee	Assist.Prof. Jintana Sanwong Chairman
	Assist.Prof. Mallika Tawonatiwasana Member
	Assist.Prof. Dhamrong Chanthorn Member

Abstract

The main purpose of this research is to study the conditions for being a ring a semifield or a field of a semiring.

The conditions are as follows :

Let S is a commutative semiring with 0,1

P_1 : $A \in M_n(S)$ is invertible if and only if $\det^+A = \det^-A + 1$

P_2 : $A \in M_n(S)$ is invertible if and only if there exists $B \in M_n(S)$ such that $\det^+AB = \det^-AB + 1$

P_3 : $A \in M_n(S)$ is invertible if and only if $\det^+A \neq \det^- A$

P_4 : $A \in M_n(S)$ is invertible if and only if there exists $x \in S$ such that $x(\text{per } A) = 1$ and $2A_{ij}A_{ik} = 0$ for $i, j, k \in \{1, 2, 3, ..., n\}$; $j \neq k$

P_5 : $A \in M_n(S)$ is invertible if and only if every row and every column of A have exactly one nonzero element.

P_6 : $A \in M_n(S)$ is invertible if and only if for $k \in \{1,2,3,\ldots,n\}$ there exists $x_k \in S$ such that $x_k(\sum_{t=1}^{n} A_{kt}) = 1$ and $A_{ij}A_{i'j} = 0$ for $i, j, i' \in \{1, 2, 3, \ldots, n\}$; $i \neq i'$

P_7 : $A \in M_n(S)$ is invertible if and only if every row and every column of A have exactly one nonzero element and every nonzero element of A is a multiplicatively invertible element of S.

The results are as follows :

1. S has P_2 if and only if S is a ring
2. If S has P_1 then S has P_2
3. S has P_3 if and only if S is a field
4. S has P_5 if and only if S is a semifield
5. S has P_5 then S has P_7
6. If S has P_7 then for a, b $\in$ S such that $a + b = 0$ implies $a = b = 0$
7. S has P_6 if and only if for a, b $\in$ S such that $a + b = 0$ implies $a = b = 0$
8. S has P_4 if and only if for a, b $\in$ S such that $a + b = 0$ implies $a = b$