บทที่ 2
แนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาเกี่ยวกับ เรื่อง การประมาณค่าความผันผวนของราคาหลักทรัพย์ในหมวดอาหารและเครื่องดื่มของตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยมีดังนี้คือ

2.1.1 แนวคิดอัตราผลตอบแทน : Rate of Return

ผลตอบแทนจากการลงทุนประเภทต่างๆ มักแสดงในรูปร้อยละ โดยเปรียบเทียบเงินลงทุนเริ่มแรกกับเงินในระยะเวลาที่ผ่านไป โดยเรียกรวมๆ ว่า “อัตราผลตอบแทน” ซึ่งเป็นตัวบ่งบอกถึงผลตอบแทนที่ผู้ลงทุนได้รับหรือจะได้รับในหนึ่งงวดจากการลงทุนประเภทนั้นๆ (จิรัตน์ สังข์แก้ว, 2543)

ผู้ลงทุนแต่ละคนกำหนดอัตราผลตอบแทนที่คาดหวังจากการลงทุนที่แตกต่างกัน ซึ่งมีปัจจัยที่เป็น องค์ประกอบพื้นฐานที่สำคัญ 2 ประการ (นรเศรษฐ ศรีธานี, 2551)

อัตราผลตอบแทนที่ไม่มีความเสี่ยง (The risk free rate) หมายถึง อัตราผลตอบแทนที่ผู้ลงทุนต้องการภายใต้ภาวะกรณีที่สมมติว่าไม่มี ความเสี่ยง ดังนั้นผู้ลงทุนทราบว่าจะได้รับผลตอบแทนอย่างแน่นอนและจะได้รับ เมื่อใด อัตราผลตอบแทนดังกล่าวอาจเทียบเคียงได้ว่าเป็นอัตราที่ผู้ลงทุนต้องการเพื่อ แลกเปลี่ยนกับความพอใจจากการบริโภคเงินออมในปัจจุบันและในอนาคต

อัตราผลตอบแทนที่ชดเชยความเสี่ยงจากการลงทุน (Risk premium) เป็นอัตราผลตอบแทนที่ผู้ลงทุนเรียกร้องเพิ่มขึ้น เพื่อชดเชยกับความเสี่ยงที่ต้องรับภาระเพิ่มขึ้น จากอัตราผลตอบภายใต้ภาวการณ์ที่ไม่มีความเสี่ยง

การคำนวณอัตราผลตอบแทน ปัจจัยสำคัญประการหนึ่งที่ผู้ลงทุนต้องพิจารณาเพื่อใช้ประกอบการตัดสินใจลงทุนก็คือ ผลตอบแทนจากการลงทุน เพื่อเปรียบเทียบกับความเสี่ยงที่อาจเกิดขึ้นจากการลงทุน ซึ่งมูลค่าของ ผลตอบแทนที่จะได้รับนั้นต้องมากพอที่จะชดเชยกับความเสี่ยงหรือความสามารถทำให้ผู้ลงทุนเกิดความพึงพอใจ ดังนั้นการคาดการณ์อัตราผลตอบแทนที่จะได้รับจากการลงทุนจึงเป็นเครื่องมือสำคัญที่ช่วยในการตัดสินใจของผู้ลงทุน (นรเศรษฐ ศรีธานี, 2551) โดยมีรูปแบบในการคำนวณ ดังนี้

$$R_i = [(P_t - P_0)/P_0] \times 100 \quad (2.1)$$

โดยที่ R_i คือ อัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์

P_t คือ ราคาของหลักทรัพย์ ณ เวลาที่ t

P_o คือ ราคาขอหลักทรัพย์ ณ เวลาเริ่มแรก

2.1.2 แนวคิดความเสี่ยงของผลตอบแทน (Variance of Return)

เมื่อทำการลงทุนโอกาสที่อัตราผลตอบแทนที่จะเกิดขึ้นจริงอาจจะเป็นไปตามอัตราผลตอบแทนที่คาดไว้ เช่น หลักทรัพย์ A มีผลตอบแทนที่คาดไว้เท่ากับ 10% แต่มีโอกาสที่อัตราผลตอบแทนที่ได้จะไม่เป็นไปตามที่คาดไว้ หรือโอกาสที่อัตราผลตอบแทนจริงจะเบี่ยงเบนไปจากอัตราผลตอบแทนที่คาดไว้ได้ ซึ่งก็จะเกิดความเสี่ยงจากการลงทุนขึ้น ฉะนั้นจึงต้องมีการวัดความเสี่ยงในการลงทุนเพื่อที่จะสามารถเปรียบเทียบความเสี่ยงในการลงทุนของสินทรัพย์ต่าง ๆ ได้

เมื่อต้องการหาค่าที่บ่งบอกถึงความเสี่ยงนี้ วิธีในการวัดความเสี่ยงที่เป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป ได้แก่ การหาค่าความแปรปรวนของอัตราผลตอบแทน หรือการหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยหลักทรัพย์ที่มีค่าความแปรปรวนหรือส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานสูง จะถือว่าหลักทรัพย์นั้นมีการกระจายของค่าอัตราผลตอบแทนจากอัตราผลตอบแทนที่คาดเอาไว้มาก และมีความไม่แน่นอนที่จะได้รับผลตอบแทนที่คาดไว้สูง ถ้าหากหลักทรัพย์มีความเสี่ยงต่ำก็จะมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานหรือความแปรปรวนของผลตอบแทนที่ต่ำ โดยวิธีวัดความแปรปรวนของผลตอบแทนมีวิธีดังนี้ (จิรัตน์ สังแก้ว, 2543)

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} (R_i - \bar{R})^2 (p_i) \quad (2.2)$$

โดยที่ R_i คือ อัตราผลตอบแทนที่ความเป็นไปได้ i

$\bar{R}$ คือ อัตราผลตอบแทนที่คาดหวัง

σ^2 คือ ความแปรปรวนของอัตราผลตอบแทน

p_i คือ ความน่าจะเป็นของผลตอบแทน i

n คือ จำนวนเหตุการณ์

2.1.3 การวิเคราะห์อนุกรมเวลา (Time Series Analysis)

การวิเคราะห์อนุกรมเวลาเป็นวิธีที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลหรือค่าสังเกตที่มีการเปลี่ยนแปลงไปตามลำดับเวลาที่เกิดขึ้น หรือการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรในช่วงเวลาที่ผ่านมาในอดีต ลักษณะ

ของการเปลี่ยนแปลงอาจมีหรือไม่มีรูปแบบก็ได้ แต่ถ้าอนุกรมเวลาแสดงให้เห็นรูปแบบการเปลี่ยนแปลงในช่วงเวลาที่ผ่านมาในอดีตก็จะทำให้สามารถคาดการณ์ได้ว่าลักษณะการเปลี่ยนแปลงของอนุกรมเวลาควรอยู่ในรูปแบบใด และสามารถพยากรณ์การเปลี่ยนแปลงข้อมูลในอนาคตได้ การวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลานี้จะขึ้นอยู่กับการเปลี่ยนแปลงของเวลาในอดีตเป็นพื้นฐาน (ศิริลักษณ์ เล็กสมบูรณ์, 2531)

2.1.3.1 การทดสอบความนิ่งของข้อมูล (Unit Root Tests)

การศึกษาว่าข้อมูลอนุกรมเวลาที่นำมาศึกษามีความนิ่งหรือไม่ สามารถทำได้โดยการทดสอบ Unit Root โดยมีวิธีการทดสอบด้วย DF (Dickey – Fuller Test) ซึ่งเสนอโดย Dickey และ Fuller ในปี 1981 และวิธีทดสอบ ADF (Augmented Dickey – Fuller Test) ซึ่งเสนอโดย Said และ Dickey ในปี 1984

ข้อมูลที่มีลักษณะนิ่ง (Stationary) หมายถึง ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีค่าเฉลี่ย (Mean) และความแปรปรวน (Variance) เท่ากันตลอดระยะเวลาที่ศึกษา ส่วนข้อมูลที่มีลักษณะไม่นิ่ง (Non-Stationary) หมายถึง ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีค่าเฉลี่ย (Mean) และความแปรปรวน (Variance) ไม่เท่ากันตลอดระยะเวลาที่ศึกษา

ข้อมูลอนุกรมเวลาที่จะนำมาใช้วิเคราะห์อาจต้องทำให้ข้อมูลเป็นแบบ Logarithm ก่อน หรือทดสอบความสัมพันธ์ของตัวแปรระยะยาว (Cointegration) ฯลฯ เนื่องจากข้อมูลที่เป็นอนุกรมเวลาส่วนใหญ่มักมีลักษณะความไม่นิ่งของข้อมูล

ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่ง (Stationary) คือ ข้อมูลที่มีค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของกระบวนการเชิงสุ่มนั้นมีค่าคงที่เมื่อเวลาเปลี่ยนไป และค่าความแปรปรวนระหว่างสองคาบเวลาขึ้นอยู่กับ Lag ระหว่างคาบเวลาทั้งสอง โดยสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้ (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และ อารี วิบูลย์พงศ์, 2542)

ค่าเฉลี่ย (mean) : $\mathrm{E}(\mathrm{X_t}) = \mu$ (2.3)

ความแปรปรวน (variance) : $\mathrm{V}(\mathrm{X_t}) = \mathrm{E}(\mathrm{X_t} - \mu) = \sigma^2$ (2.4)

ความแปรปรวนร่วม (covariance) : $\mathrm{COV}(\mathrm{X_t}, \mathrm{X_{t+k}}) = \mathrm{E}(\mathrm{X_t} - \mu)(\mathrm{X_{t+k}} - \mu) = \sigma_k - \mu$ (2.5)

โดยที่ X_t แทนข้อมูลอนุกรมเวลาซึ่งเป็นกระบวนการเชิงสุ่ม

การวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลา (Time series data) มีความจำเป็นที่จะต้องมีการทดสอบว่าข้อมูลที่ใช้นั้นมีมีลักษณะนิ่ง (Stationary) หรือไม่ เพราะหากข้อมูลมีลักษณะไม่นิ่ง (Non-stationary) จะทำให้สมการถดถอยระหว่างตัวแปรอนุกรมเวลาสองตัวแปร จะได้ค่า R^2 ที่มีค่าสูงมากและค่าสถิติ t - test จะมีนัยสำคัญ การที่ได้ค่า R^2 สูงเป็นเพราะอนุกรมเวลามีแนวโน้ม ไม่ใช่เนื่องจากความสัมพันธ์ที่แท้จริงระหว่างตัวแปรอนุกรมเวลาทั้งสองตัวแปร Granger และ Newbold (1974) ได้ให้กฎหัวแม่มือ (rule of thumb) ไว้ว่า ถ้า $R^2 > D.W.$ (D.W. คือ ค่า Durbin-Watson statistic) ส่วนกรณีที่ค่าสถิติ t มีนัยสำคัญในตัวแปรที่มีความไม่นิ่ง ค่าสถิติ t ที่ใช้กันตามปกติจะมีลักษณะการแจกแจงไม่เป็นมาตรฐาน (nonstandard distribution) (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และ อารี วิบูลย์พงศ์, 2542)

ในการใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาต้องทำการทดสอบความนิ่งของข้อมูลที่จะนำมาใช้ก่อน ซึ่งจะใช้การทดสอบ Unit Root โดยการศึกษาจะพิจารณาวิธี Dickey – Fuller โดยวิธี DF (Dickey – Fuller test) และ ADF (Augmented Dickey – Fuller Test) มีรายละเอียดดังนี้

การทดสอบ DF (Dickey – Fuller test)

กรณีไม่มีค่าคงที่และแนวโน้ม $$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.6)$$

กรณีมีเฉพาะค่าคงที่ $$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.7)$$

กรณีมีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $$\Delta X_t = \alpha + \beta t + \theta X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.8)$$

โดยกำหนดสมมติฐานหลัก $H_0: \theta = 0$

และสมมติฐานรอง $H_1: \theta < 0$

เนื่องจากการทดสอบ Unit Root ของอนุกรมเวลาด้วยวิธี DF – Test ไม่สามารถใช้ได้กับอนุกรมเวลาที่มีปัญหา Serial Correlation ในค่า Error term (ε_t) จึงนำสมการของ DF – Test ไปเข้ากระบวนการถดถอย (autoregressive processes) จะทำให้สมการมีจำนวน lagged difference terms เพิ่มขึ้นมา ซึ่งจะได้เป็นสมการการทดสอบโดยวิธี Augmented Dickey and Fuller (ADF) จะได้ดังนี้

กรณีไม่มีค่าคงที่และแนวโน้ม $$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + \sum_{j=1}^{p} \phi_j \Delta X_{t-j} + \varepsilon_t \quad (2.9)$$

กรณีมีเฉพาะค่าคงที่ $$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \sum_{j=1}^{p} \phi_j \Delta X_{t-j} + \varepsilon_t \quad (2.10)$$

กรณีมีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $$\Delta X_t = \alpha + \beta t + \theta X_{t-1} + \sum_{j=1}^{p} \phi_j \Delta X_{t-j} + \varepsilon_t \quad (2.11)$$

โดยกำหนดสมมติฐานหลัก $H_0: \theta = 0$

และสมมติฐานรอง $H_1: \theta < 0$

โดยที่ x_t คือ ข้อมูล ณ เวลา t

x_{t-j} คือ ข้อมูล ณ เวลา t-j

$\alpha, \beta, \theta, \phi$ คือ ค่าพารามิเตอร์

ε_i คือ ความคลาดเคลื่อน

ข้อมูลนั้นจะมีลักษณะนิ่งหรือไม่จะใช้ค่าสถิติ t ที่คำนวณได้กับไปเปรียบเทียบกับค่าวิกฤต โดยค่า lag length ที่เหมาะสมควรเริ่มที่ lag length ที่มีค่าสูงก่อน เพื่อพิจารณาว่าตัวแปรนั้นมีนัยสำคัญที่ระดับนัยสำคัญต่างๆหรือไม่ เมื่อเห็นว่า lag length ที่เลือกไม่มีนัยสำคัญทางสถิติจึงทำการลด lag length ลงที่ละ 1 ช่วงเวลา จนสามารถที่จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง โดยหลักการเลือก lag length ที่เหมาะสมในการประมาณค่าแบบจำลองจะยึดจากค่า AIC และ SC ที่มีค่าน้อยที่สุด

2.1.3.2 Long Memory Test

หลักการของ Long Memory จะมีความสัมพันธ์ที่ใกล้เคียงในการประมาณค่า mean ของ stationary การใช้ Long Memory Test จะใช้กับข้อมูลที่มีปัญหาสหสัมพันธ์ตัวคลาดเคลื่อน (Autocorrelation) หมายความว่าค่าสังเกตไม่เป็นอิสระต่อกันสูง แต่จะใช้ทดสอบในระยะเวลาที่ไกลกว่ากระบวนการ stationary สมมติให้ว่า y_t เป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีความนิ่ง จะมีระบบความจำระยะยาว (long memory) หรือการขึ้นอยู่ต่อกันในระยะยาว (long range dependence) เมื่อมี autocorrelation function ดังนี้

$$\rho(k) \rightarrow C_p k^{-\alpha} \qquad \text{เมื่อ} \quad k \rightarrow \infty \tag{2.12}$$

โดยที่ $\rho(k)$ คือ autocorrelation function

C_p คือ ค่าคงที่ที่เป็นค่าบวก

α คือ จำนวนจริงที่มีค่าระหว่าง 0 ถึง 1

ดังนั้น autocorrelation function ของกระบวนการระบบความจำระยะยาว (long memory) เสื่อมลง (decay) อย่างช้า ๆ ณ อัตราไฮเพอร์โบลิก (hyperbolic) ในที่จริงแล้วมันเสื่อมลงอย่างช้า ๆ เนื่องจาก autocorrelation นั้นไม่ใช่ผลรวมทั้งหมด ดังที่สมการ

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \rho(k) = \infty \tag{2.13}$$

ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีความนิ่งจะมี autocorrelation function ที่ประกอบไปด้วยข้อมูลที่เหมือนกับความหนาแน่นแบบสเปกตรัม (spectral density) ของมัน ซึ่งสมการความหนาแน่นแบบสเปกตรัมสามารถแสดงดังนี้

$$f(w) = \frac{1}{2\pi}\sum_{k=-\infty}^{\infty} \rho(k)e^{ikw} \tag{2.14}$$

โดยที่ w คือ ความถี่ฟูเรียร์ (Fourier frequency) (Hamilton, 1994) จากสมการที่ (2.9) สามารถแสดงได้ดังนี้

$$f(w) \rightarrow C_f w^{\alpha-1} \quad \text{เมื่อ } w \rightarrow 0 \tag{2.15}$$

เมื่อ C_f คือ ค่าคงที่ที่เป็นค่าบวก ดังนั้นกระบวนการของระบบความจำระยะยาว (long memory) มีความหนาแน่นแบบสเปกตรัม (spectral density) ที่มีความโน้มเอียงเข้าสู่ค่าอนันต์ (infinity) ณ ความถี่เท่ากับศูนย์ แทน α โดยใช้

$$H = 1 - \frac{\alpha}{2} \in (0.5,1) \tag{2.16}$$

H คือ Hurst coefficient (Hurst, 1951) ที่จะวัดความมีระบบความจำระยะยาว (long memory) ใน y_t ซึ่งค่า H ที่มากแสดงถึงระบบความจำระยะยาว (long memory) ที่ยาวกว่า

จากหลักการของคุณสมบัติของขนาด (scaling property) จากสมการที่ (2.9) และคุณสมบัติของขอบเขตความถี่ (frequency domain property) จากสมการที่ (2.12) Granger and Joyeux (1980) สามารถจำลองเชิงพารามิเตอร์โดยรวมกระบวนการปริพันธ์ (integrated process) เป็นกระบวนการหาผลต่างที่เป็นจำนวนเศษส่วน (fractionally integrated process) ซึ่งให้การหาผลต่างที่เป็นจำนวนเศษส่วน (fractionally integration) ในข้อมูลอนุกรมเวลา (time series data) y_t มีลักษณะดังนี้

$$(1-L)^d(y_t-\mu) = u_t \tag{2.17}$$

โดยที่ L คือ lag operator

d คือ fractional difference parameter

μ คือ ค่าคาดหมายของ y_t

u_t คือ พจน์รบกวนในระบบความจำระยะสั้นที่นิ่งและมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์

ปกติแล้วข้อมูลอนุกรมเวลาที่ไม่นิ่ง (non-stationary) เมื่อนำมาหาผลต่างหนึ่งครั้ง (d=1) ก็จะนิ่ง (stationary) อย่างไรก็ตามข้อมูลอนุกรมเวลาทางการเงินและเศรษฐกิจบางข้อมูลก็มีคุณสมบัติการคงอยู่ (persistent) ของ autocorrelation function อย่างสูง ซึ่งหมายความว่ากระบวนการหาผลต่าง (difference) ที่เป็นจำนวนเต็มนั้นอาจจะมากเกินไป ซึ่งแสดงให้เห็นจากความหนาแน่นแบบสเปกตรัม (spectral density) หายไป ณ ความถี่เท่ากับศูนย์ของผลต่าง (difference) ของข้อมูลอนุกรมเวลา การจำลองกระบวนการของระบบความจำระยะยาว (long memory) จึงหลีกเลี่ยงที่จะหาผลต่างของ y_t เป็นจำนวนเต็ม (integer) โดยให้ค่า d สามารถเป็นจำนวนเศษส่วนได้ ซึ่ง fractional difference filter สามารถแสดงได้ดังนี้

$$(1-L)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{d}{k} (-1)^k L^k \tag{2.18}$$

โดยสัมประสิทธิ์ทวินาม (binomial coefficient) มีค่าดังนี้

$$\binom{d}{k} = \frac{d!}{k!(d!-k!)!} = \frac{\Gamma(d+1)}{\Gamma(k+1)\Gamma(d-k+1)} \tag{2.19}$$

$\Gamma(.)$ เป็นสัญลักษณ์ของ gamma function

เมื่อพิจารณาค่า d สามารถแสดงให้ทราบว่า

เมื่อค่า $|d| > 1/2$ แล้ว y_t นั้นมีคุณสมบัติ non-stationary

$0 < d < 1/2$ แล้ว y_t นั่น stationary และมี long memory

$-1/2 < d < 0$ แล้ว y_t นั้น stationary และเป็น short memory

เมื่อ fractionally integrated ข้อมูลอนุกรม y_t มีคุณสมบัติของระบบความจำระยะยาว (long memory) สามารถแสดงได้ว่า

$$d = H - 1/2 \tag{2.20}$$

ดังนั้น d และ H สามารถใช้สลับกันได้ Hosking (1981) ได้แสดงว่าคุณสมบัติด้านขนาด (scaling property) จากสมการที่ (2.9) และคุณสมบัติด้านขอบเขตความถี่ (frequency domain property) จากสมการที่ (2.12) นั้นสอดคล้องกันเมื่อ 0 < d < ½

Lo's Modified R/S test

Classical R/S test เสนอโดย Hurst (1951) ใช้ในการทดสอบข้อมูลอนุกรมเวลาว่ามีลักษณะของระบบความจำระยะยาว (long memory) โดยสมมติให้ข้อมูลอนุกรมเวลา $\{x_t\}, t = 1,2,\ldots,N$ โดย

ที่ $y_j = \sum_{i=1}^{j} x_i, j = 1,2, \dots, N$ และ sample variance $S_j^2 = j^{-1}\sum_{i=1}^{j}(x_i - j^{-1}y_j)^2, j = 1,2, \dots, N$ ซึ่งจะได้ R/S-statistic ดังนี้ (Wang, et al. 2006)

$$R/S(j) = 1/S_j \left[\max_{0\le t\le j}\left(y_t - \frac{y_j}{j}\right) - \min_{0\le t\le j}\left(y_t - \frac{y_j}{j}\right)\right] \quad (2.21)$$

Lo (1991) ได้เสนอ Modified R/S ซึ่งพัฒนามาจากการทดสอบ Classical R/S test เนื่องจาก Classical R/S test มีความอ่อนไหวอย่างมากต่อ short-range dependence โดยแทนที่ S_j ในสมการที่ (2.18) เป็น s_q(modified standard deviation) ที่คำนึงถึง autocovariances ใน q lags แรก ซึ่งจะช่วยลดอิทธิพลของ short-range dependence ที่อยู่ในข้อมูล โดย S_q มีค่าดังนี้

$$S_q = \left(\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\left(x_j - \bar{x}_N\right)^2 + \frac{2}{N}\sum_{j=1}^{q}\omega_j(q)\left[\sum_{i=j=1}^{N}(x_i - \bar{x}_N)(x_{i-j} - \bar{x}_N)\right]\right)^{1/2} \quad (2.22)$$

โดยที่ $\bar{x}_N$ เป็นค่าเฉลี่ยของอนุกรมเวลา

$\omega_j(q) = 1 - \frac{j}{q+1},\ q < N$

ดังนั้นจะได้ Lo's Modified R/S statistic ดังสมการ

$$Q_{N,q} = \frac{1}{S_q}\left\{\max_{0\le i\le N}\sum_{j=1}^{i}\left(x_j - \bar{x}_N\right) - \min_{0\le i\le N}\sum_{j=1}^{i}\left(x_j - \bar{x}_N\right)\right\} \quad (2.23)$$

การมีอยู่ของระบบความจำระยะยาว (long memory) ค่าสถิติ $N^{-1/2}Q_{N,q}$ จะเบนเข้าหาช่วง Brownian Bridge

$$W = \max_{0\le r\le 1} V(r) - \min_{0\le r\le 1} V(r) \quad (2.24)$$

โดย V คือ Standard Brownian bridge

$$V(r) = B(r) - rB(1) \quad (2.25)$$

โดยที่ B คือ Standard Brownian motion

การกระจายของตัวแปรสุ่ม W รู้จักกันใน

$$P(W \le x) = 1 + 2\sum_{j=1}^{\infty}(1 - 4x^2j^2)e^{-2x^2j^2} \qquad (2.26)$$

ค่า critical อยู่ในช่วงตามตารางที่ 2.1 Lo ใช้ช่วง [0.809,1.862] ที่ %95 (asymptotic) ยอมรับ null hypothesis

H_0 = { ไม่มี long memory, เช่น H = 0.5}
H_1 = { มี long memory, เช่น 0.5< H <1}

ตาราง 2.1 ค่า Critical Value ของ Modified R/S test

ระดับความน่าจะเป็น	Critical Value
0.5%	0.721
2.5%	0.809
5%	0.861
10%	0.927
90%	1.620
95%	1.747
97.5%	1.862
99.5%	2.098

ที่มา : Alptekin, N. 2006. Long Memory Analysis of USD/TRL Exchange Rat. International Journal of Human and Social Sciences.

2.1.3.3 แบบจำลอง ARIMA (The Autoregressive Integrated Moving Average)

แบบจำลอง Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA) ศึกษาโดย Box และ Jenkins (1976) แต่ Wold (1938) ได้เป็นผู้ให้พื้นฐานทางทฤษฎีของกระบวนการหรือระบบ ARIMA บนพื้นฐานของ Wold แบบจำลอง ARIMA ได้ถูกพัฒนาขึ้นในสามทิศทาง ซึ่งได้แก่ ขั้นตอบสนองการประมาณค่าและการบ่งชี้ที่มีประสิทธิภาพ (efficient identification and estimation and estimation procedures) (สำหรับกระบวนการหรือระบบ AR,MA และ ARMA) การคลอบคลุมไปถึงผลลัพธ์ที่ได้รวบรวมเอาอนุกรมเวลาเชิงฤดูกาล (seasonal time series) และการขยายของเขต

ไปเพื่อรวมเอากระบวนการหรือระบบไม่นิ่ง (non-stationary process (ARIMA)) เข้าไว้ด้วย (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์, 2547)

Autoregressive Process (AR(p)) แสดงให้เห็นว่าข้อมูลอนุกรมเวลาขึ้นอยู่กับค่าของตัวมันเองในอดีต โดย p คือ จำนวนระยะห่าง (lag) ของข้อมูลในอดีตจากปัจจุบัน

Moving Average Process (MA(q)) แสดงให้เห็นว่าข้อมูลอนุกรมเวลาขึ้นอยู่กับความคาดเคลื่อนในปัจจุบันและความคลาดเคลื่อนอดีต โดย q คือ จำนวนของระยะห่าง (lag) ของค่าคลาดเคลื่อนในอดีต

Autoregressive and Moving Average Process (ARMA(p,q)) เป็นการรวมกันระหว่าง AR กับ MA นั่นคือ ข้อมูลอนุกรมเวลาขึ้นอยู่กับค่าของข้อมูลอนุกรมเวลาในอดีต และค่าความคลาดเคลื่อนทั้งในปัจจุบันและในอดีต

การวิเคราะห์ข้อมูลวิธีนี้เป็นวิธีวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาที่อาศัยขบวนการสโตคาสติก (Stochastic Process) โดยถือว่าข้อมูลที่เกิดขึ้นตามเวลาที่เปลี่ยนแปลงไปมีลักษณะการเกิดที่เป็นไปตามกฎความน่าจะเป็น ข้อมูลที่ใช้จะต้องมีลักษณะที่นิ่ง (stationary) โดยเขียนในรูปสมการดังนี้

$$y_t = \delta + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \ldots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \ldots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2.27)$$

โดยที่ y_t คือ ค่าสังเกตของอนุกรมเวลา ณ เวลาที่ *t*

δ คือ ค่าคงที่

$\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_p$ คือ พารามิเตอร์ของ Autoregressive

$\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_q$ คือ พารามิเตอร์ของ Moving Average

P คือ อันดับของ Autoregressive

q คือ อันดับของ Moving Average

ε_t คือ ค่าความคาดเคลื่อน ณ เวลาที่ t

2.1.3.4 แบบจำลอง ARFIMA (The Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average)

แบบจำลอง ARFIMA ได้เสนอโดย Granger และ Joyeux (1980) ซึ่งพัฒนามาจากแบบจำลอง ARMA ต่อมา Hosking (1981) ได้ใช้แบบจำลอง AFIMA กับข้อมูลชุดความจำระยะยาว (Long memory) ซึ่งแบบจำลอง ARFIMA(p,d,q) สามารถเขียนสมการความสัมพันธ์ ได้ดังนี้

$$\phi(L)(1-L)^d y_t = \delta + \theta(L)\varepsilon_t \qquad (2.28)$$

และ

$$\phi(L) = 1 - \phi(L) - \phi_2(L)^2 - \ldots - \phi_p(L)^p \qquad (2.29)$$

และ

$$\theta(L) = 1 - \theta(L) - \theta_2(L)^2 - \ldots - \theta_q(L)^q \qquad (2.30)$$

โดย

δ = ค่าคงที่

$\theta(L)$ = moving average operator at order q

ε_t = ค่าความคาดเคลื่อน ณ เวลาที่ t

$\phi(L)$ = autoregressive operator at order p

L = lag operator

ถ้า d อยู่ที่ (0 ,0.5) ในแบบจำลอง ARFIMA อธิบายว่า มีลักษณะเป็น Long memory

ถ้า d อยู่ที่ (-0.5 ,0) ในแบบจำลอง ARFIMA อธิบายว่า มีลักษณะเป็น Short memory (Hosking, 1981)

2.1.3.5 แบบจำลอง ARCH (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity)

ในการวิเคราะห์อนุกรมเวลาส่วนใหญ่นั้นจะมีการกำหนด Stochastic Variable ให้มีความแปรปรวนคงที่ (Homoscedastic) ซึ่งในการประยุกต์ใช้บางข้อมูลนั้นค่าความแปรปรวนของค่าเทอมคลาดเคลื่อน (error term) จะไม่ใช่ฟังก์ชั่นของตัวแปรอิสระแต่มีค่าเปลี่ยนแปลงไปตามช่วงเวลาขึ้นอยู่กับขนาดของความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในอดีต หรืออาจจะกล่าวได้ว่า ค่าของความคลาดเคลื่อนในอดีตที่ผ่านมาจากการถดถอยจะขึ้นอยู่กับค่าความผันผวนของค่าความคลาดเคลื่อนในอดีตที่ผ่านมา (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และ อารี วิบูลย์พงศ์, 2542)

ความเป็นไปได้ที่เราจะสร้างแบบจำลองและความเป็นไปได้ในการหาค่าเฉลี่ย และความแปรปรวนของอนุกรมเวลาไปพร้อมกันนั้น โดยในขั้นต้นการพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไข จะมีความแม่นยำที่เหนือกว่าพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขมาก และจากแบบจำลอง Autoregressive Moving Average (ARMA) ซึ่งเราสมมติว่ามีแบบจำลองที่นิ่งดังนี้

$$X_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (2.31)$$

เมื่อ X_t คือ ตัวแปรอิสระ

ε_t คือ ความคลาดเคลื่อน ณ เวลา t

การพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขของ X_{t-1} จะได้ดังนี้

$$E_t X_{t-1} = \alpha_0 + \alpha_1 X_t \tag{2.32}$$

ค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไขในการพยากรณ์ X_{t+1} ค่าความคลาดเคลื่อนของความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขที่พยากรณ์ได้ดังนี้

$$E_t[(X_{t+1} - \alpha_0 - \alpha_1 X_t)^2] = E_t \varepsilon_{t+1}^2 = \sigma^2 \tag{2.33}$$

ถ้าเปลี่ยนไปใช้ การพยากรณ์แบบที่ไม่มีเงื่อนไขแล้ว ผลที่ใช้จะเป็นค่าเฉลี่ยในช่วงระยะยาว (Long-run) ของลำดับ $\{X_t\}$ ซึ่งเท่ากับ $\frac{\alpha_0}{1-\alpha_1}$ จะได้ค่าความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขตามสมการดังนี้

$$E\left\{\left(X_{t+1} - \frac{\alpha_0}{1-\alpha_1}\right)^2\right\} = E[(\varepsilon_{t+1} + \alpha_1 \varepsilon_t + \alpha_1^2 \varepsilon_{t-1} + \alpha_1^3 \varepsilon_{t-2} + \ldots)^2] = \frac{\sigma^2}{(1-\alpha_1^2)} \tag{2.34}$$

เมื่อ $\frac{\sigma^2}{(1-\alpha_1^2)} > 1$ ค่าความแปรปรวนที่ได้จากพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขจะสูงกว่าแบบมีเงื่อนไข ดังนั้นในการพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขจึงมีความเหมาะสมกว่าในลักษณะเดียวกันถ้าความแปรปรวนของ $\{\varepsilon_t\}$ ไม่เป็นค่าคงที่ จะสามารถประมาณค่าแนวโน้มของการเปลี่ยนแปลงความแปรปรวนได้โดยใช้ ARMA Model อธิบาย โดยให้ $\{\varepsilon_t\}$ แทนส่วนที่เหลือ (Residuals) ที่ได้จากการประมาณจากสมการ (2.31) ดังนั้นค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ X_{t+1} จะได้ดังนี้

$$Var(X_{t+1}|X_t) = E[(X_{t+1} - \alpha_0 - \alpha_1 X_t)^2] = E_t \varepsilon_{t+1}^2 \tag{2.35}$$

ถ้าค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขไม่ใช่ค่าคงที่ จะหาค่าความแปรปรวนได้จากให้ความแปรปรวนมีลักษณะเป็น AR(q) ดังสมการ

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \ldots + \alpha_q \hat{\varepsilon}_{t-q}^2 + v_t \tag{2.36}$$

โดยที่ $\hat{\varepsilon}_t$ เป็นส่วนที่เหลือหรือส่วนตกค้างที่ประมาณค่ามาได้

v_t เป็นกระบวนการ white noise ที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์

สมการที่ (2.36) นี้เป็นแบบจำลอง autoregressive conditional heteroskedasticity (ARCH) ของ Engle (1982) หรือกระบวนการ ARCH(q)

2.1.3.6 แบบจำลอง GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity)

แบบจำลอง ARCH นั้นในทางปฏิบัติบ่อยครั้งพบว่าแบบจำลองที่เหมาะสมนั้นมีค่าล่า q ที่สูงมาก ดังนั้น Bollerslev (1986) ได้ขยายแบบจำลอง GARCH ซึ่งก็คือการนำส่วนที่เหลือยกกำลังสอง (squared residuals) มาแสดงในรูปแบบของกระบวนการ ARMA ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_j h_{t-j} \tag{2.37}$$

โดยที่ α_o เป็นค่าคงที่

α_i เป็น ARCH effect ที่แสดงการมีอยู่ในระยะสั้นของช็อก

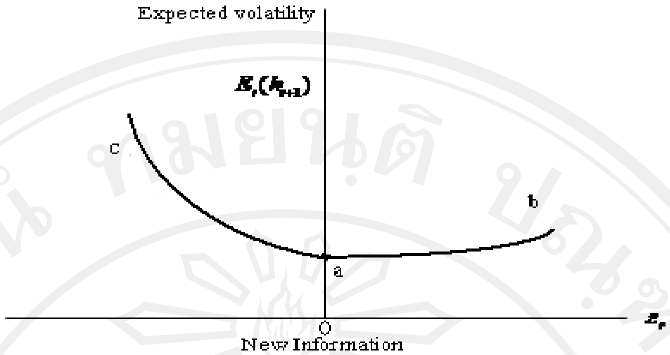
β_j เป็น GARCH effect ที่แสดงการคงอยู่ในระยะยาวของช็อก

h_t เป็นความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ ε_t

โดยที่ค่าสัมประสิทธิ์ $\alpha_i(i = 0, \dots, p)$ และ $\beta_j(j = 0, \dots, q)$ ทั้งหมดถูกสมมติว่าเป็นค่าบวก เพื่อที่ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข (conditional variance) h_t จะได้มีค่าเป็นบวกเสมอ โดยแบบจำลองนี้คือ Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity หรือ GARCH(q,p)

2.1.3.7 แบบจำลอง EGARCH (Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)

แบบจำลอง GARCH ต่าง ๆ จะมีข้อเสียอยู่สองประการในการประยุกต์ใช้กับการคำนวณสินทรัพย์ประเภททุน ประการแรก GARCH หากมีความผิดปกติ หรือ shock ไม่ว่าทางบวกหรือลบแต่อยู่ในขนาดเดียวกัน ซึ่งให้ระดับความไม่แน่นอนที่เท่ากันแล้ว ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขก็จะเพิ่มขึ้นในทางบวกหรือทางลบอย่างมาก (Engle and Bollerslev, 1986)



ที่มา : เริงชัย ตันสุชาติ. 2553. เอกสารคำสอนวิชา ศศ 423 เศรษฐมิติของอนุกรมเวลาและการ พยากรณ์ทางเศรษฐกิจ

รูป 2.1 Leverage Effect

โดยทั่วไปแล้วราคาสินทรัพย์ส่วนใหญ่จะได้รับผลกระทบของข่าวร้ายมากกว่าข่าวดี หรือหลักทรัพย์จะมีสหสัมพันธ์ทางลบระหว่างผลตอบแทนในปัจจุบันและความผันผวนในอนาคต ซึ่งแนวโน้มของความผันผวนจะลดลงเมื่อผลตอบแทนเพิ่มขึ้น และจะลดลงเมื่อผลตอบกทนลดลง เรียกปรากฏการณ์นี้ว่า Leverage Effect ดังรูป 2.1 แกนนอนคือ ข่าวสาร ซึ่งถูกวัดโดยขนาดของ ε_t ถ้า $\varepsilon_t = 0$ ความผันผวนที่คาดหมาย $E_t(h_{t+1})$ จะเท่ากับ 0a โดยที่ข่าวสารที่เป็นข่าวดี (ε_t มีค่าเป็นบวก) จะมีผลทำให้ความผันผวนเพิ่มขึ้นตาม ab แต่ถ้าข่าวสารที่ได้รับเป็นข่าวร้าย (ε_t มีค่าเป็นลบ) จะทำให้ความผันผวนเพิ่มขึ้นตาม ac เนื่องจาก ac มีความชันมากกว่า ab ดังนั้นผลกระทบของ ε_t ที่มีขนาดเท่ากันนั้น ε_t ที่เป็นบวกจะมีผลกระทบต่อความผันผวนน้อยกว่า ε_t ที่เป็นลบ (เริงชัย ตันสุชาติ. 2553)

ประการที่สอง แบบจำลอง GARCH ต่าง ๆ กำหนดให้ตัวแปร (parameter) ต่าง ๆ ต้องไม่เป็นค่าลบ เพื่อบังคับให้ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขมีค่าเป็นบวกเสมอ อย่างไรก็ตามข้อกำหนดนี้มักถูกฝ่าฝืนจากค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้มาจากการคำนวณ

แบบจำลอง EGARCH สามารถตอบสนองข้อจำกัดทั้งสองประการของแบบจำลอง GARCH ได้ ประการแรกความไม่แน่นอนที่อ่อนไหวในแบบจำลอง EGARCH ไม่เพียงขึ้นอยู่กับขนาดของความผิดปรกติ หรือ shock ในผลตอบแทนในอดีต แต่ยังขึ้นอยู่กับความผิดปกตินั้นมีค่าเป็นบวกหรือลบ

ด้วย ประการที่สอง การที่ Nelson ใช้ log ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข ทำให้ค่าความแปรปรวนนั้นมีค่าเป็นบวกเสมอ ไม่ว่าตัวแปรที่นำมาใช้จะมีค่าสัมประสิทธิ์เป็นบวกหรือลบก็ตาม

แบบจำลอง EGARCH ถูกนำเสนอโดย Nelson (1991) ต่อมา Bollerslev และ Mikkelsen (1996) ได้นำมานำเสนอใหม่ โดยรูปแบบสมการ EGARCH เขียนได้ดังนี้

$$\ln(h_t) = \alpha_0 + [1 - \varphi(L)]^{-1}[1 + \psi(L)]g(z_{t-1}) \tag{2.38}$$

โดยที่ $g(z_t) = \theta z_t + \gamma[|z_t| - E(|z_t|)]$

$z_t = \varepsilon_t/\sigma_t$

$\varphi(L)$ คือ พหุนามค่าล่าลำดับที่ p

$\psi(L)$ คือ พหุนามค่าล่าลำดับที่ q

θ คือ ผลกระทบทางเครื่องหมาย

γ คือ ผลกระทบทางขนาด

θ ทำให้มีความไม่สมมาตรของข้อมูลข่าวสารหรือผลกระทบที่มีต่อความผันผวน ถ้า $\theta < 0$ ข่าวร้ายหรือการเปลี่ยนแปลงที่ไม่คาดการณ์ทางลบ (negative shock) จะส่งผลกระทบความผันผวนมากกว่าข่าวสารด้านบวกหรือข่าวดี และ γ แสดงถึงอัตราที่ข้อมูลข่าวสารที่มากระทบต่อความผันผวนเบี่ยงเบนไปจากค่าเฉลี่ย

ด้านซ้ายของสมการคือ ค่า logarithm ของความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข ซึ่งหมายความว่า อิทธิพลจากค่ายกกำลัง (leverage effect) เป็นค่าเลขยกกำลังสูง (exponential) แทนที่จะเป็นค่ายกกำลังสอง (quadratic) ดังนั้นการทำนายค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขจะได้ค่าที่ไม่เป็นลบเสมอ

2.1.3.8 แบบจำลอง FIGARCH (Fractional Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)

แบบจำลอง FIGARCH ถูกสร้างโดย Baillie (1996) โดยตั้งอยู่บนรูปแบบของ GARCH และสมมติให้เกิด heteroscedasticity ในความแปรปรวนในเวลาที่แตกต่างกันของข้อมูล แบบจำลอง FIGARCH ถูกคิดขึ้นมาเพื่อใช้กับระบบความจำระยะยาว (long memory) ซึ่งกระบวนการนี้แสดงให้เห็นว่าผลกระทบที่มีต่อความผันผวนในอดีตยกกำลังสอง (lagged squared innovations) นั้นเสื่อมลงอย่างช้า ๆ ด้วยอัตราไฮเพอร์โบลิก (hyperbolic) และการที่ impulse response weights ยังมีคุณสมบัติคงอยู่นาน (persistant) และ impulse response weights นี้ยังมีความโน้มเอียงเข้าสู่ค่าศูนย์ ซึ่งหมายความว่ามีคุณสมบัติ weakly stationary หรือคล้ายกับ stable GARCH นั่นเอง แต่ impulse response weights ของ FIGARCH นั้นเสื่อมลงช้า ๆ ด้วยอัตราไฮเพอร์โบลิก กระบวนการ FIGARCH(p,d,q) สามารถเขียนทั่วไปดังนี้

$$h_t = \alpha_0[1-\beta(L)]^{-1} + [1-[1-\beta(L)]^{-1}\phi(L)(1-L)^d]\varepsilon_t^2 \qquad (2.39)$$

$(1\text{-}L)^d$ = fractional difference operator

แบบจำลอง FIGARCH (p, d, q) ถูกแปลงมาจาก GARCH มาตรฐาน d = 0 และ IGARCH model เมื่อ d = 1

2.1.3.9 แบบจำลอง FIEGARCH (Fractional Integrated Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)

เพื่อที่จะปรับความไม่สมมาตรระหว่างความผิดปกติทางบวกและลบ (leverage effect) Bollerslev และ Mikkelsen (1991) ได้ขยายแบบจำลอง FIGARCH เป็น FIEGARCH โดยลักษณะทั่วไปของ FIEGARCH(p,d,q) คือ

$$\ln(h_t) = \omega + \phi(L)^{-1}(1-L)^{-d}[1+\alpha(L)]g(z_{t-1}) \qquad (2.40)$$

โดย $\omega = \alpha_0[1-\beta(L)]^{-1}$

เมื่อ d = 0 กระบวนการ FIEGARCH จะลดรูปเป็น EGARCH และเมื่อ d = 1 กระบวนการ FIEGARCH จะกลายเป็น integrated EGARCH (IEGARCH)

2.1.3.10 เกณฑ์การเลือกรูปแบบของแบบจำลองที่ดีที่สุด (Information criteria)

ในการหารูปแบบของแบบจำลอง เมื่อได้รูปแบบของแบบจำลองที่เหมาะสมหลายรูปแบบต้องมีแนวทางในการเลือกรูปแบบของแบบจำลองที่ดีที่สุด โดยพิจารณาจากค่า Akaike Information Criterion (AIC) และ Schwartz Criterion (SC) รูปแบบจำลองที่ให้ค่า AIC และ SC น้อยที่สุดจะเป็นรูปแบบที่ดีที่สุด โดย Akaike Information Criterion (AIC) และ Schwartz Criterion (SC) สามารถคำนวณได้ดังนี้

Akaike Information Criterion (AIC) $-2l/n + 2k/n$

Schwartz Information Criterion (SIC) $-2l/n + k\log n/n$

โดยที่ k เป็นจำนวนพารามิเตอร์ที่ทำการประมาณค่า

n เป็นจำนวนของค่าสังเกต

l เป็นค่าของ Log Likelihood function ที่ใช้พารามิเตอร์ที่ถูกประมาณค่า k ตัว

2.1.3.11 ค่าความคลาดเคลื่อนร้อยละเฉลี่ย (The Mean Absolute Percentage Error : MAPE)

MAPE โดยทั่วไปแล้วจะถูกใช้ประมาณค่า cross-sectional forecasts ในทางสถิติแล้ว MAPE คือ เครื่องมือที่มีความแม่นยำค่าพยากรณ์ที่มีความเหมาะสมทางสถิติ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการหาแนวโน้ม โดยปกติแล้ว MAPE ถูกใช้ในการแสดงค่าที่เหมาะสมเป็นเปอร์เซ็นต์ และเนื่องจากการที่ MAPE แสดงค่าเป็นเปอร์เซ็นต์นี่เองจึงมีคนนำไปใช้ในการรายงานเป็นประจำ (Swanson, et al,2011) ซึ่งสูตรของ MAPE คือ

$$\mathrm{MAPE} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|\frac{A_t - F_t}{A_t}\right|$$

เมื่อให้ A_t คือค่าที่แท้จริง และ F_t คือค่าที่คาดการณ์ไว้

ค่าสัมบูรณ์ที่ได้จากการคำนวณนี้ คือผลบวกของทุกๆจุดที่เหมาะสมหรือทุกๆจุดที่คาดการณ์ไว้ในล้วงเวลาและได้แสดงให้เห็นอีกครั้งด้วยจำนวนที่เหมาะสม n ทำให้เกิดข้อผิดพลาดด้านเปอร์เซ็นต์ ดังนั้นจึงสามารถเปรียบเทียบข้อผิดพลาดของ Time series ที่เหมาะสมซึ่งมีความต่างกัน

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ภาณุรณ ฉัตรชัยการ (2551) ได้ทำการศึกษาการประมาณค่าความผันผวนและพยากรณ์มูลค่ากองทุนเพื่อการเลี้ยงชีพ และกองทุนหุ้นระยะยาว โดยใช้แบบจำลองอารีมา-การ์ช และอารีมา-อีการ์ชในการศึกษา ลักษณะของข้อมูลที่ใช้เป็นมูลค่าหน่วยลงทุนหรือมูลค่าทรัพย์สินสุทธิ (NAV) ของกองทุนเพื่อการเลี้ยงชีพและกองทุนหุ้นระยะยาวของธนาคารไทยพาณิชย์ ธนาคารกรุงเทพ และธนาคารกสิกรไทย เป็นราคาปิดรายสัปดาห์ ระหว่างวันที่ 1 มกราคม 2548 ถึงวันที่ 31 ธันวาคม 2550

พบว่าแบบจำลองที่เหมาะสมที่จะนำไปใช้พยากรณ์ของมูลค่าหน่วยลงทุนกองทุนไทยพาณิชย์หุ้นระยะยาวพลัสในช่วง Historical Forecast และ Ex-post Forecast คือ AR(1) AR(2) AR(3) AR(4) MA(1) MA(3) MA(4) และ GARCH(1,2) แบบจำลองที่เหมาะสมที่จะนำไปใช้พยากรณ์ของมูลค่าหน่วยลงทุนกองทุนไทยพาณิชย์หุ้นทุนเพื่อการเลี้ยงชีพในช่วง Historical Forecast และ Ex-post Forecast คือ AR(2) AR(3) AR(4) MA(3) MA(4) และ EGARCH(1,0) แบบจำลองที่เหมาะสมที่จะ

นำไปใช้พยากรณ์ของมูลค่าหน่วยลงทุนกองทุนเปิดบัวหลวงตราสารทุนเพื่อการเลี้ยงชีพในช่วง Historical Forecast และ Ex-post Forecast คือ AR(2) AR(3) AR(4) MA(3) MA(4) และ GARCH(1,1) และแบบจำลองที่เหมาะสมที่จะนำไปใช้พยากรณ์ของมูลค่าหน่วยลงทุนกองทุนเปิดเคหุ้นทุนบริพัตรเพื่อการเลี้ยงชีพในช่วง Historical Forecast และ Ex-post Forecast คือ AR(2) AR(3) AR(4) MA(3) MA(4) และ GARCH(1,1)

อนุศร ต่ายหัวดง (2551) การประมาณค่าความผันผวนสำหรับผลตอบแทนของดัชนีกลุ่ม 50 หลักทรัพย์ ในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย โดยใช้แบบจำลองอารีมา-การ์ช ข้อมูลที่ใช้เป็นข้อมูลทุติยภูมิผลตอบแทนของกลุ่ม 50 หลักทรัพย์ในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย ที่คำนวณจากมูลค่าตามราคาตลาด (Market capitalization) เริ่มตั้งแต่เดือน พฤษภาคม 2539 ถึงเดือน สิงหาคม 2550 จำนวน 134 เดือน

ผลการวิเคราะห์พบว่าแบบจำลอง ARIMA ที่เหมาะสมที่สุดคือ แบบจำลองค่าคงที่ AR(4) MA(1) โดยมีค่า t-statistics เท่ากับ -3.78858 และ -33.65319 ตามลำดับ เมื่อเปรียบเทียบผลตอบแทนของกลุ่ม 50 หลักทรัพย์ พบว่า ผลตอบแทนที่คำนวณจากมูลค่าตามราคาตลาดสูงกว่าผลที่ได้จากแบบจำลอง นำแบบจำลองไปวิเคราะห์ ARMA-GARCH พบว่า GARCH(2,2) อยู่ในรูปแบบจำลองที่เหมาะสม และนำแบบจำลองไปวิเคราะห์ ARIMA-TARCH พบว่า TARCH(1,2) ที่ Threshold order เท่ากับ 2 อยู่ในรูปแบบจำลองที่เหมาะสม

เขมรัฐ ชัยมงคล (2553) ได้ศึกษาความผันผวนของอัตราผลตอบแทนของตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยโดยใช้แบบจำลองระบบความจำระยะยาว โดยใช้ข้อมูลอัตราผลตอบแทนรายวันของตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยระหว่างวันที่ 2 มกราคม 2529 ถึงวันที่ 20 พฤศจิกายน 2552 ผลการศึกษาพบว่าอัตราผลตอบแทนของตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยมีคุณสมบัติของระบบความจำระยะยาวอยู่ การประมาณการณ์ความผันผวนของอัตราผลตอบแทนด้วยแบบจำลอง FIGARCH พบว่าการประมาณการณ์มีค่าแตกต่างจากศูนย์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ เมื่อพิจารณาค่า fractional difference parameter ได้ยืนยันการมีอยู่ของระบบความจำระยะยาว เมื่อเทียบกับแบบจำลอง GARCH พบว่าแบบจำลอง FIGARCH เป็นแบบจำลองที่ดีกว่า GARCH ซึ่งแบบจำลองที่ดีที่สุดคือแบบจำลอง ARMA(2,0) – FIGARCH(0,d,1) และการประมาณการณ์ความผันผวนของอัตราผลตอบแทนด้วยแบบจำลอง FIEGARCH พบว่าการประมาณการณ์มีค่าแตกต่างจากศูนย์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ เมื่อพิจารณาค่า fractional difference parameter ได้ยืนยันการมีอยู่ของระบบความจำระยะยาว เมื่อเทียบกับแบบจำลอง EGARCH พบว่าแบบจำลอง FIEGARCH เป็นแบบจำลองที่ดีกว่า EGARCH ซึ่งแบบจำลองที่ดีที่สุดคือแบบจำลอง ARMA(2,0) – FIEGARCH(1,d,1)

พรพิมล วรรณทอง (2553) ได้ศึกษาการพยากรณ์ราคาหลักทรัพย์ในกลุ่มพัฒนาอสังหาริมทรัพย์ของตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย โดยใช้วิธีอาฟีม่า-ไฟการ์ซ (ARFIMA-FIGARCH) ในการศึกษา ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาเป็นข้อมูลราคาปิดรายวันตั้งแต่วันที่ 1 มกราคม 2548 ถึงวันที่ 30 เมษายน 2553 เป็นจำนวน 1302 วัน แล้วแปลงข้อมูลให้อยู่ในรูปผลตอบแทน ซึ่งใช้ข้อมูลของหลักทรัพย์ในกลุ่มพัฒนาอสังหาริมทรัพย์มาเป็นตัวอย่าง 3 หลักทรัพย์ได้แก่ LH QH และ SIRI โดยจะเลือกแบบจำลองที่ดีที่สุดจากค่า Akaike Information Criterion (AIC) และ Bayesian Information Criterion (BIC) ที่น้อยที่สุด ผลการศึกษาพบว่า หลักทรัพย์ LH รูปแบบจำลองที่เหมาะสมคือ ARFIMA(2, d, 1) – FIGARCH(0, d, 0) ที่ d-Arfima 0.0793, d-Figarch 0.0000 หลักทรัพย์ QH รูปแบบจำลองที่เหมาะสมคือ ARFIMA(2, d, 3) – FIGARCH(0, d, 0) ที่ d-Arfima 0.3317, d-Figarch 0.0000 หลักทรัพย์ SIRI รูปแบบจำลองที่เหมาะสมคือ ARFIMA(2, d, 3) – FIGARCH(0, d, 0) ที่ d-Arfima 0.3385, d-Figarch 0.0000 เมื่อทดสอบค่า MAPE รูปแบบจำลองที่เหมาะสมของหลักทรัพย์ทั้ง 3 หลักทรัพย์ พบว่าทั้ง 3 หลักทรัพย์มีค่า MAPE ที่น้อยที่สุดเช่นกัน แบบจำลองจึงมีความแม่นยำในการพยากรณ์ราคาสูง นักลงทุนจำสามารถนำข้อมูลที่ได้ศึกษาไปใช้เป็นเครื่องมือในการลงทุนอีกทางเลือกหนึ่ง