บทที่ 2

กรอบแนวคิดทางทฤษฎีและเอกสารที่เกี่ยวข้อง

2.1 กรอบแนวคิดทางทฤษฎี

2.1.1 ทฤษฎีกลุ่มลงทุน (Portfolio Theory)

ทฤษฎีกลุ่มการลงทุน อธิบายถึง การวัดอัตราผลตอบแทนและความเสี่ยงของกลุ่มการลงทุน ทฤษฎีกลุ่มการลงทุนพิสูจน์ให้เห็นว่าอัตราผลตอบแทนของกลุ่มการลงทุนมีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยของอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ในกลุ่มการลงทุนถ่วงน้ำหนักด้วยสัดส่วนการลงทุนในหลักทรัพย์แต่ละตัว ในขณะที่ความเสี่ยงของกลุ่มการลงทุนจะมีค่าไม่เท่ากับ ค่าเฉลี่ยแบบถ่วงน้ำหนักของความเสี่ยงจาก หลักทรัพย์แต่ละตัวในกลุ่มการลงทุน เนื่องจากมีผลกระทบจากการกระจายความเสี่ยงในกลุ่มการลงทุนเข้ามาเกี่ยวข้อง อัตราผลตอบแทนที่คาดหวังและความเสี่ยงของการลงทุนในกลุ่มการลงทุน สามารถแสดงได้ดังสมการต่อไปนี้ (พรอนงค์ บุษราตระกูล, 2547: 90)

$$E(R_p) = \sum W_i E(R_i) \qquad (2.1)$$

$$Var(R_p) = \sum\sum W_i W_j Cov(R_i, R_j) \quad \text{โดยที่} \quad i \neq j \qquad (2.2)$$

หรือ

$$Var(R_p) = \sum\sum W_i W_j \sigma_{Ri} \sigma_{Rj} \rho_{RiRj} \quad \text{โดยที่} \quad i \neq j \qquad (2.3)$$

โดยที่ $E(R_p)$ หมายถึง อัตราผลตอบแทนที่คาดหวังของการลงทุนในกลุ่มการลงทุน p

$E(R_i)$ หมายถึง อัตราผลตอบแทนที่คาดหวังของการลงทุนในหลักทรัพย์ i

W_i หมายถึง สัดส่วนการลงทุนในหลักทรัพย์ i

$Cov(R_i, R_j)$ หมายถึง ความแปรปรวนร่วม (Convariance) ของอัตราผลตอบแทนในหลักทรัพย์ i และหลักทรัพย์ j

ρ_{RiRj} หมายถึง สัมประสิทธิสหสัมพันธ์ของอัตราผลตอบแทนในหลักทรัพย์ i และหลักทรัพย์ j

σ_R หมายถึง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) ของอัตราผลตอบแทนในหลักทรัพย์

2.1.2 ทฤษฎีบทข้อมูลอนุกรมเวลา

ข้อมูลอนุกรมเวลา (Time Series Data) มีลักษณะโดยพื้นฐานที่ควรพิจารณา คือ ข้อมูลอนุกรมเวลานั้นเป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่งหรือไม่ โดยข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่ง (Stationary) หมายถึงการที่ข้อมูลอนุกรมเวลาอยู่ในสภาพของการสมดุลเชิงสถิติ (Statistical Equilibrium) นั่นคือการที่ข้อมูลอนุกรมเวลาไม่มีการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ย (Mean) และค่าความแปรปรวน (Variances) แม้เวลาจะเปลี่ยนแปลงไป ข้อมูลอนุกรมเวลาที่นำไปใช้ในการพยากรณ์ต้องเป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่ง (Stationary) โดยทฤษฎีแล้วการใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาโดยไม่ได้ตรวจสอบความนิ่งของข้อมูลก่อนแล้วจึงทำการถดถอยด้วยตัวแปรที่ไม่นิ่ง (Non-stationary) ค่าสถิติ (t-statistics) จะมีการแจกแจงแบบไม่มาตรฐาน (Nonstandard Distributions) ซึ่งผลที่ตามมา คือ การใช้ตารางมาตรฐานต่างๆ อาจนำไปสู่การลงความเห็นที่ผิด ซึ่งเป็นไปได้ที่จะนำไปสู่การถดถอยที่ไม่ถูกต้อง (Spurious Regression) ยกเว้นว่าความสัมพันธ์ดังกล่าวจะมีลักษณะที่เป็นความสัมพันธ์แบบการร่วมไปด้วยกัน (Cointegration Relationship) ซึ่งจะทำให้ค่าสถิติ t และ F สามารถใช้ทดสอบได้ (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์, 2547) แต่ข้อมูลอนุกรมเวลาส่วนมากมักจะมีลักษณะไม่นิ่ง (Non-stationary) กล่าวคือ ค่าเฉลี่ย (Mean) และค่าความแปรปรวน (Variances) จะมีค่าไม่คงที่เปลี่ยนแปลงไปตามกาลเวลา ทำให้ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรของสมการมีความสัมพันธ์ไม่แท้จริง (Spurious Regression) โดยสังเกตได้จากค่าสถิติบางอย่าง อาทิ ค่า t-statistic จะไม่เป็นการแจกแจงที่เป็นมาตรฐานและได้ค่า R^2 ที่สูง ในขณะที่ค่า Durbin-Watson Statistic (DW) อยู่ในระดับต่ำ แสดงให้เห็นถึงค่าความคลาดเคลื่อนมีปัญหา Autocorrelation ในระดับสูง จึงเป็นการยากที่จะยอมรับได้ในทางเศรษฐศาสตร์ ดังนั้นจึงต้องทำการทดสอบก่อนว่าข้อมูลอนุกรมเวลามีลักษณะนิ่งหรือไม่ แสดงได้ดังนี้

1) กำหนดให้ X, X_{t+1}, X_{t+2}, ... , X_{t+k} เป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่เวลา $t, t+1, t+2, \dots, t+k$
2) กำหนดให้ X_{t+m}, X_{t+m+1}, X_{t+m+2}, ... , X_{t+m+k} เป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่เวลา $t+m, t+m+1, t+m+2, \dots, t+m+k$
3) กำหนดให้ $P(X_t, X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+k})$ เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมของ $Z, Z_{t+1}, Z_{t+2}, \dots, Z_{t+k}$
4) กำหนดให้ $P(X_{t+m}, X_{t+m+1}, X_{t+m+2}, \dots, X_{t+m+k})$ เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นร่วม $Z_{t+m}, Z_{t+m+1}, Z_{t+m+2}, \dots, Z_{t+m+k}$

จากข้อกำหนดทั้ง 4 ข้อมูลอนุกรมเวลาจะมีลักษณะนิ่งเมื่อ

$$P(X_t, X_{t+1}, X_{t+2}, ..., X_{t+k}) = P(X_{t+m}, X_{t+m+1}, X_{t+m+2}, ..., X_{t+m+k})$$

โดยหากพบว่า

$$P(X_t, X_{t+1}, X_{t+2}, ..., X_{t+k}) \neq P(X_{t+m}, X_{t+m+1}, X_{t+m+2}, ..., X_{t+m+k})$$

แสดงว่าข้อมูลอนุกรมเวลาดังกล่าวมีลักษณะ non-stationary

1) Unit Root

นัยที่สำคัญของการทดสอบ Unit Root (Non – stationary process) ต่อการวิเคราะห์ทางเศรษฐมิติก็คือ ถ้าหากพบว่าข้อมูลใดมีลักษณะเป็นข้อมูลอนุกรมเวลาในลักษณะที่ไม่นิ่ง Non – stationary คือมี integrated of order เท่ากับ 1 หรือ I (1) จำเป็นต้องปรับข้อมูลเหล่านั้นให้เป็น Stationary process เสียก่อน แล้วจึงจะทำการประมวลผลทางเศรษฐมิติต่อไป ยกเว้นเฉพาะในกรณีที่ตัวแปรเหล่านั้นมีความสัมพันธ์ในเชิงดุลยภาพระยะยาว ทั้งนี้เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาทางด้านความสัมพันธ์ที่ไม่แท้จริง(Spurious relationships)

การทดสอบ Unit Root หรืออันดับความสัมพันธ์ของข้อมูล นิยมทดสอบด้วยวิธีของ Dickey and Fuller เนื่องจากใช้ได้กับการศึกษาที่มีจำนวนข้อมูลไม่มากนัก เหมาะสมกับการประยุกต์ใช้กับการวิเคราะห์เชิงประจักษ์ในกรณีของประเทศกำลังพัฒนา ที่มักประสบปัญหาความพอเพียงของข้อมูล สามารถแบ่งออกได้ 2วิธี ดังนี้

วิธีที่ 1 Dickey - Fuller Test (DF) เริ่มต้นด้วยการประมาณการ Autoregressive Model ซึ่งมีสมการที่ต้องการทดสอบอยู่ 3 สมการ (At level) คือ

$$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{(random walk process)} \quad (2.4)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{(random walk with drift)} \quad (2.5)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \beta t + \theta X_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{(random walk with drift and linear time trend)} \quad (2.6)$$

โดยที่

$\Delta X_{t\ t}$ = first differencing ของตัวแปรที่ทำการศึกษา

α, β, θ = ค่า Parameters

t = แนวโน้มเวลา (Time trend)

ε_t = ตัวแปรสุ่ม (error terms) ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และค่าความแปรปรวนคงที่

ในการทดสอบจะพิจารณาค่า θ โดยเปรียบเทียบกับค่า t – statistics ที่คำนวณได้ กับค่าที่เหมาะสมอยู่ในตาราง Dickey – Fuller ซึ่งมีสมมุติฐานการทดสอบดังนี้

สมมติฐานหลัก	H_0 :	$\theta = 0$	: non – stationary
สมมติฐานรอง	H_1 :	$\theta < 0$	: stationary

ถ้ายอมรับ H_0 จะได้ว่าตัวแปรที่สนใจมี Unit root หรือมีลักษณะเป็น non – stationary

ถ้ายอมรับ H_1 จะได้ว่าตัวแปรที่สนใจไม่มี Unit root หรือมีลักษณะเป็น stationary

วิธีที่ 2 Augmented Dickey - Fuller Test (ADF) เป็นวิธีที่ใช้ทดสอบการหาค่า Unit Root ได้ดีกว่า โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีที่ ตัวแปรสุ่ม (error terms) ε_t มีความสัมพันธ์กันเองในระดับสูง หรือ แบบจำลองที่ใช้ในการทดสอบมีปัญหา autocorrelation ดังนั้นเพื่อแก้ปัญหาดังกล่าว จึงทำการปรับสมการใหม่ โดยใส่ตัวแปรล่า (lag) เข้าไปในลำดับที่สูงขึ้น ได้สมการ 3 รูปแบบดังนี้

$$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad \text{(random walk process)} \quad (2.7)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad \text{(random walk with drift)} \quad (2.8)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \beta + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad \text{(random walk with drift - and linear time trend)} \quad (2.9)$$

โดยที่ ΔX_t = ค่าความแตกต่างครั้งที่ 1 ของตัวแปรที่ทำการศึกษา

X_t = ข้อมูลตัวแปร ณ เวลาที่ t

X_{t-1} = ข้อมูลตัวแปร ณ เวลาที่ $t - 1$

$\alpha,\ \beta, \theta, \phi$ = ค่าคงที่ หรือค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปร

t = ค่าแนวโน้มเวลา (Time trend)

ε_t = ตัวแปรสุ่ม (error terms) ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และค่าความแปรปรวนคงที่

ซึ่งจำนวน lagged term (p) ที่เพิ่มเข้าไปในสมการจะขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของแต่ละงานวิจัยหรือสามารถใส่จำนวน lag ไปได้จนกว่าส่วนของค่าความคลาดเคลื่อนจะไม่เกิดปัญหา autocorrelation

การทดสอบจะพิจารณาค่า θ โดยเปรียบเทียบค่า t – statistic ที่คำนวณได้กับค่าวิกฤต MacKinnon (MacKinnon critical values) มีสมมติฐานในการทดสอบ ดังนี้

สมมติฐานหลัก	H_0	:	$\theta = 0$	: non – stationary
สมมติฐานรอง	H_1	:	$\theta < 0$	: stationary

ในกรณีที่ไม่สามารถปฏิเสธสมมติฐานหลักที่ตั้งไว้ได้ (H_0) แสดงว่าตัวแปรทางเศรษฐกิจนั้นๆมีลักษณะเป็น Non – stationary หรือมี Unit root เมื่อสามารถสรุปได้ว่าข้อมูลตัวแปรทุกตัวมี order of integration ที่เท่าใด ก็จะทำการทดสอบโดยวิธี Vector Autoregression (VAR) ในขั้นตอนต่อไป

2) Vector Autoregression (VAR)

Johnston and Dinardo (1997) ได้กล่าวว่า ถ้าเรามี columm vector ซึ่งมีตัวแปรที่แตกต่างกัน k ตัว $y_t = [y_{1t} y_{2t} \ldots y_{kt}]'$ และเราสร้างแบบจำลองของเวกเตอร์นี้ในรูปของค่าที่ผ่านมาในอดีตของเวกเตอร์ดังกล่าวนี้ ผลที่ได้ก็คือ Vector Autoregression (VAR) VAR(p) process สามารถเขียนได้ดังนี้

$$y_t = m + A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + \ldots + A_p y_{t-p} + \varepsilon_t \qquad (2.10)$$

โดยที่ A_t = $k \times k$ matrix ของสัมประสิทธิ์

m = $k \times 1$ vector ของค่าคงตัวหรือค่าคงที่ (constants)

ε = $k \times 1$ ของ white noise process โดยที่คุณสมบัติดังนี้

$$E(\varepsilon_t) = 0 \text{ สำหรับทุกค่าของ } t$$

$$E(\varepsilon_t \varepsilon_s') = \begin{cases} \Omega & s = t \\ 0 & s \neq t \end{cases} \qquad (3.11)$$

โดยที่ Ω = เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมซึ่งถูกสมมุติให้มีลักษณะเป็นบวกแน่นอน (positive definite) สำหรับ ε_t นั้นจะมีลักษณะ serially uncorrelated แต่อาจจะเป็น contemporaneously correlated ได้ (Johnston and Dinardo , 1997)

วิธีการของ VAR นี้ดูเผินๆจะเหมือนกับ simultaneous-equation modeling ในลักษณะที่ว่าเราพิจารณาหลายตัวแปรภายใน (several endogenous variables) พร้อมๆกัน แต่ว่าใน VAR นั้น แต่ละตัวแปรภายใน (endogenous variables) จะถูกอธิบายโดยค่าล่าหรือค่าล้าหลัง (lagged values) หรือค่าในอดีต (past values) ของตัวแปรภายในนั้น และค่าล้าหรือค่าล้าหลังของตัวแปรภายในอื่นๆ (all other endogenous variables) ในแบบจำลอง โดยปกติแล้วจะไม่มีตัวแปรภายนอก (exogenous variables) ในแบบจำลอง (Gujarati, 2003)

Ender (1995) ได้ยกตัวอย่างระบบอย่างง่ายที่มีสองตัวแปรดังนี้

$$y_t = b_{10} - b_{12}z_t + \gamma_{11}y_{t-1} + \gamma_{12}z_{t-1} + \varepsilon_{yt} \quad (2.12)$$

$$z_t = b_{20} - b_{21}y_t + \gamma_{21}y_{t-1} + \gamma_{22}z_{t-1} + \varepsilon_{zt} \quad (2.13)$$

โดยที่มีข้อสมมุติว่า

- ทั้ง y_t และ z_t จะมีลักษณะนิ่ง
- ε_{yt} และ ε_{zt} คือ white noise disturbance โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation) เท่ากับ σ_y และ σ_z ตามลำดับ และ
- $\{\varepsilon_{yt}\}$ และ $\{\varepsilon_{zt}\}$ จะเป็น uncorrelated white- noise disturbance

สมการ (2.12) และ (2.13) ก็คือ first-order vector autoregression (VAR) เนื่องจากความยาวของความล่า (lag length) ที่ยาวที่สุดมีค่าเท่ากับ 1 โครงสร้างของระบบได้รวมข้อมูลที่สะท้อนกลับ (feed back) เนื่องจาก y_t และ z_t ถูกอนุญาตให้มีผลกระทบซึ่งกันและกัน ยกตัวอย่างเช่น $-b_{12}$ คือผลกระทบในช่วงเวลาเดียวกัน (หรือในเวลาเดียวกัน) ของการเปลี่ยนแปลงของ z_t ต่อ y_t และ γ_{21} ก็คือ ผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงใน y_{t-1} หนึ่งหน่วยต่อ z_t จะสังเกตได้ว่า ε_{yt} และ ε_{zt} คือ pure innovation หรือ (shocks) ใน y_t และ z_t ตามลำดับ และแน่นอนที่สุดถ้า b_{21} ไม่เท่ากับศูนย์ ε_{yt} ก็จะมีผลกระทบซึ่งเกิดขึ้นในเวลาเดียวกันโดยทางอ้อม (an indirect contemporaneous effect) ต่อ z_t และ ถ้า b_{12} ไม่เท่ากับศูนย์ ε_{zt} จะมีผลกระทบในเวลาเดียวกันโดยทางอ้อม ต่อ y_t

สมการ (2.12) และ (2.13) ไม่ใช่สมการรูปแบบลดรูป (reduced - form equation) เนื่องจาก y_t มีผลกระทบในเวลาเดียวกันต่อ z_t และ z_t ก็มีผลกระทบในเวลาเดียวกันต่อ y_t จากสมการ (2.12) และ (2.13) เราเขียนในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 1 & b_{12} \\ b_{21} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix}$$

หรือ

$$Bx_t = \Gamma_0 + \Gamma_1 x_{t-1} + \varepsilon_t$$

โดยที่

$$B = \begin{bmatrix} 1 & b_{12} \\ b_{21} & 1 \end{bmatrix}, \qquad x_t = \begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix}, \qquad \Gamma_0 = \begin{bmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_1 = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix} \qquad , \qquad \varepsilon_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix}$$

คูณข้างหน้าด้วย B^{-1} จะทำให้เราได้แบบจำลอง Vector Autoregressive (VAR) ในรูปแบบมาตรฐานทั่วไปนั่น คือ

$$x_t = A_0 + A_1 x_{t-1} + e_t \tag{2.14}$$

โดยที่ $A_0 = B^{-1}\Gamma_0$

$A_1 = B^{-1}\Gamma_1$

$e_t = B^{-1}\varepsilon_t$

Enders (1995) ใช้สัญลักษณ์ดังนี้

a_{io} = สมาชิกที่ i ของเวกเตอร์ (Vector) A_0

a_{ij} = สมาชิกใน row ที่ i และ column ที่ j ของเมทริกซ์ A_1

e_{it} = สมาชิกที่ i ของเวกเตอร์ (vector) e_t

การใช้สัญลักษณ์ใหม่ ทำให้เราสามารถเขียนสมการ (3.13) และ (3.14) ได้ใหม่ดังนี้

$$y_t = a_{10} + a_{11}y_{t-1} + a_{12}z_{t-1} + e_{1t} \tag{2.15}$$

$$z_t = a_{20} + a_{21}y_{t-1} + a_{22}z_{t-1} + e_{2t} \tag{2.16}$$

สมการ (2.12) และ (2.13) เราเรียกว่า structural VAR หรือ primitive system ส่วนสมการ (2.15) และ (2.16) เราเรียกว่า VAR ในรูปแบบมาตรฐาน (standard form) สิ่งที่สำคัญที่เราจะลืมไม่ได้ก็คือ พจน์ความคลาดเคลื่อน (error term) ซึ่ง e_{1t} และ e_{2t} แต่ละตัวจะประกอบไปด้วย shocks ε_{yt} และ ε_{zt} และเนื่องจาก $e_t = B^{-1}\varepsilon_t$ เราสามารถเขียนได้ดังนี้

$$e_{1t} \;=\; (\varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt})/(1 - b_{12}b_{21}) \quad (2.17)$$
$$e_{2t} \;=\; (\varepsilon_{zt} - b_{21}\varepsilon_{yt})/(1 - b_{12}b_{21}) \quad (2.18)$$

เนื่องจาก ε_{yt} และ ε_{zt} เป็น white - noise process สิ่งที่ตามมาก็คือว่า e_{1t} และ e_{2t} มีค่าเฉลี่ย (mean) เท่ากับศูนย์ ความแปรปรวนคงที่หรือคงตัว (constant variances) และไม่มี serial correlation ในแต่ละตัว ในการหาคุณสมบัติของ $\{e_{1t}\}$ เราสามารถหาได้โดยการหาค่าคาดหมาย (expected value) ของสมการ (2.17) จะได้

$$Ee_{1t} \;=\; E(\varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt})/(1 - b_{12}b_{21}) \;=\; 0 \quad (2.19)$$

ความแปรปรวน (variance) ของ e_{1t} จะมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} Ee_{1t} &= E\left[(\varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt})/(1 - b_{12}b_{21})\right]^2 \\ &= (\sigma_y^2 + b_{12}^2\sigma_z^2)/(1 - b_{12}b_{21}) \end{aligned} \quad (2.20)$$

จะเห็นได้ว่าความแปรปรวนของ e_{1t} เป็นอิสระกับเวลา (time-independent) autocovariance ของ e_{1t} และ e_{1t-i} โดยที่ $i \neq 0$ คือ

$$Ee_{1t}e_{1t-i} \;=\; E\left[(\varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt})(\varepsilon_{yt-i} - b_{12}\varepsilon_{zt-i})\right]/(1 - b_{12}b_{21})^2 = 0 \quad (2.21)$$

จะเห็นได้ว่า e_{1t} เป็น stationary process ด้วยค่าเฉลี่ย (mean)เท่ากับศูนย์ ความแปรปรวนคงที่หรือคงตัว (constant variance) และมี autocovariances ทั้งหมดเท่ากับศูนย์ และในทำนองเดียวกันเราก็สามารถแสดงให้เห็นว่า e_{2t} เป็น stationary process ด้วยค่าเฉลี่ย (mean)เท่ากับศูนย์ ความแปรปรวนคงที่หรือคงตัว (constant variance) และมี autocovariances ทั้งหมดเท่ากับศูนย์

เช่นกัน (Enders, 1995) Enders ได้ย้ำว่าจุดสำคัญที่ควรจะบันทึกไว้ก็คือ e_{1t} และ e_{2t} นั้นมีสหสัมพันธ์กัน โดยความแปรปรวนร่วมของทั้งพจน์ดังกล่าวสามารถหาได้ดังนี้

$$\begin{aligned} Ee_{1t}e_{2t} &= E\left[\left(\varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt}\right)\left(\varepsilon_{yt-i} - b_{12}\varepsilon_{yt}\right)\right]/\left(1 - b_{12}b_{21}\right)^2 \\ &= -\left(b_{21}\sigma_y^2 + b_{12}\sigma_z^2\right)/\left(1 - b_{12}b_{21}\right)^2 \end{aligned} \qquad (2.22)$$

โดยทั่วไปแล้วสมการ (2.22) จะมีค่าไม่เท่ากับศูนย์ ดังนั้น shocks ทั้งสองจึงมีความสัมพันธ์กัน ความสัมพันธ์ดังกล่าว สมการ (2.22) จะมีค่าเท่ากับศูนย์ก็ต่อเมื่อง $b_{12} = b_{21} = 0$ นั่นคือ ถ้าไม่มีผลกระทบในเวลาเดียวกัน (contemporaneous effects) ของ y_t ต่อ z_t และ z_t ต่อ y_t นั่นคือ shocks ทั้งสองก็จะไม่มีความสัมพันธ์กัน

Enders ได้นิยามเมทริกซ์ความแปรปรวนความแปรปรวนร่วม (variance-covariance matrix) ของ e_{1t} และ e_{2t} ดังนี้

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \mathrm{var}(e_{1t}) & \mathrm{cov}(e_{1t}, e_{2t}) \\ \mathrm{cov}(e_{1t}, e_{2t}) & \mathrm{var}(e_{2t}) \end{bmatrix}$$

เนื่องจากสมาชิกทั้งหมดของ Σ ไม่ขึ้นกับเวลา (time-independent) เราสามารถเขียน Σ ในรูปแบบที่กระชับหรือกะทัดรัด ได้ดังนี้

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 \end{bmatrix}$$

โดยที่ $\mathrm{var}(e_{it}) = \sigma_i^2$ และ $\sigma_{12} = \sigma_{21} = \mathrm{cov}(e_{1t}, e_{2t})$ (Enders, 1995, pp296-297)

ความมีเสถียรภาพและความนิ่ง (stability and stationarity)

ในแบบจำลอง first-order autoregressive model

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

เงื่อนไขความมีเสถียรภาพ (stability condition) ก็คือว่า a_1 จะต้องน้อยกว่า 1 ในค่าสัมบรูณ์ (absolute value) Enders กล่าวว่ามีความคล้ายกันโดยตรงระหว่างเงื่อนไขความมีเสถียรภาพนี้และเมทริกซ์ A_1 ในแบบจำลอง first-order VAR สมการ (2.14) และกล่าวเพิ่มเติมว่าด้วยการใช้ brute force method เพื่อหาผลเฉลยของระบบ, เราก็ iterate สมการ (2.14) ถอยหลังซึ่งจะได้

$$
\begin{aligned}
x_t &= A_0 + A_1(A_0 + A_1 x_{t-2} + e_{t-2}) + e_t \\
&= (I + A_1)A_0 + A_1^2 x_{t-2} + A_1 e_{t-1} + e_t
\end{aligned}
$$

โดยที่ $I = 2 \times 2$ เมทริกซ์เอกลักษณ์ (identity marix)
หลังจาก n iteration จะได้

$$x_t = (I + A_1 + \ldots + A_1^n)A_0 + \sum_{i=0}^{n} A_1^i e_{t-i} + A_1^{n+1} x_{t-n-1}$$

ขณะที่เรา iterate backward ต่อไป เราจะพบว่า การที่จะมีการลู่เข้า (convergence) นั้น A_1^n จะต้องอันตรธานหายไป เมื่อ n เข้าใกล้อนันต์ (infinity) ดังที่ Enders ได้แสดงไว้ดังข้างล่างความมีเสถียรภาพนั้นต้องมีว่าราก (roots) ของ $(1 - a_{11}L)(1 - a_{22}L) - (a_{12}a_{21}L^2)$ อยู่นอกวงกลมหน่วย (unit circle) (สำหรับเงื่อนไขความมีเสถียรภาพสำหรับระบบที่เป็น higher-order นั้น โปรดดูจากภาคผนวก 6 ของ Enders) ในขณะนี้สมมุติว่าเงื่อนไขความมีเสถียรภาพเป็นจริงเราก็สามารถเขียน particular solution สำหรับ x_t ได้ดังนี้

$$x_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} A_1^i e_{t-i} \qquad (2.23)$$

โดยที่ $\mu = [\bar{y}\ \bar{z}]'$
และ $\bar{y} = [a_{10}(1 - a_{22}) + a_{12}a_{20}] / \Delta$
$\bar{z} = [a_{20}(1 - a_{11}) + a_{21}a_{10}] / \Delta$
$\Delta = (1 - a_{11})(1 - a_{22}) - a_{12}a_{21}$

หาค่าคาดหมาย (expected value) ของสมการ (2.23) ค่าเฉลี่ยแบบไม่มีเงื่อนไข (unconditional mean of x_t) ก็คือ μ เพราะฉะนั้นค่าเฉลี่ยแบบไม่มีเงื่อนไขของ y_t และ z_t ก็คือ $\bar{y}$ และ $\bar{z}$ ตามลำดับ สำหรับความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วมของ y_t และ z_t สามารถหาได้ดังนี้ในขั้นแรกสร้างเมทริกซ์ความแปรปรวน ความแปรปรวนร่วม (variance-covariance matrix) ดังนี้

$$E(x_t - \mu)^2 = E\left[\sum_{i=0}^{\infty} A_1^i e_{t-i}\right]$$

และเราทราบว่า

$$\mathrm{E}e_t^2 = \mathrm{E}\left[\frac{e_{1t}}{e_{2t}}\right]\left[e_{1t} \quad e_{2t}\right]$$

และเนื่องจาก $\mathrm{E}e_t e_{t-1} = 0$ สำหรับ $i \neq 0$ เราจะได้ว่า

$$\mathrm{E}(x_t - \mu)^2 = (I - A_1^2 + A_1^4 + A_1^6 + \ldots)\Sigma$$
$$= (I - A_1^2)^{-1}\Sigma$$

โดยที่เราสมมุติว่าเงื่อนไขความมีเสถียรภาพเป็นจริง ดังนั้น A_1^n จะเข้าใกล้ศูนย์ในขณะที่ n เข้าใกล้อนันต์ (infinity)

ถ้าเราสามารถจะสรุปจากเงื่อนไขแรกเริ่ม (initial condition) $\{y_t\}$ และ $\{z_t\}$ ลำดับ (sequences) จะมีลักษณะนิ่งทางความแปรปรวนร่วมร่วมกัน (jointly covariance stationary) ถ้าเงื่อนไขความมีเสถียรภาพเป็นจริง แต่ละลำดับ (sequence) จะมีค่าเฉลี่ย (mean) ที่ไม่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลาและเป็นอันตะ (finite and time-invariant mean) และมีค่าความแปรปรวนที่ไม่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลาและอันตะ (finite and time-invariant variance) เช่นกัน ถ้าเราจะพิจารณาอีกทางหนึ่งเกี่ยวกับเงื่อนไขความมีเสถียรภาพ (stability condition) เราจะใช้ lag operators ในการเขียนแบบจำลอง VAR สมการ (2.15) และ (2.16) ใหม่ ดังนี้

$$y_t = a_{10} + a_{11}Ly_t + a_{12}Lz_t + e_{1t}$$
$$z_t = a_{20} + a_{21}Ly_t + a_{22}Lz_t + e_{2t}$$

หรือ

$$(1 - a_{11}L)y_t = a_{10} + a_{12}Lz_t + e_{1t}$$
$$(1 - a_{22}L)z_t = a_{20} + a_{21}Ly_t + e_{2t}$$

ถ้าเราใช้สมการสุดท้ายในการหาค่า z_t เราจะได้ว่า

$$Lz_t = L(a_{20} + a_{21}Ly_t + e_{21})/(1 - a_{22}L)$$

ดังนั้น

$$(1 - 9_{11}L)y_t = a_{10} + a_{12}L\left[(a_{20} + a_{21}Ly_t + e_{2t})/(1 - a_{22}L)\right] + e_{1t}$$

โปรดสังเกตว่าเราได้แปลง (transform) the first-order VAR ใน $\{y_t\}$และ $\{z_t\}$sequences ไปสู่ second-order stochastic difference equation ใน $\{y_t\}$sequence และ หาค่าของ y_t เราจะได้

$$y_t = \frac{a_{10}(1-a_{22}) + a_{12}a_{20} + (1-a_{22}L)e_{1t} + a_{12}e_{2t-1}}{(1-a_{11}L)(1-a_{22}L) - a_{12}a_{21}L^2} \qquad (2.24)$$

ในทำนองเดียวกันเราสามารถหาผลเฉลยสำหรับ z_t ได้ดังนี้

$$z_t = \frac{a_{20}(1-a_{11}) + a_{21}a_{10} + (1-a_{11}L)e_{2t} + a_{21}e_{1t-1}}{(1-a_{11}L)(1-a_{22}L) - a_{12}a_{21}L^2} \qquad (2.25)$$

ทั้งสมการ (2.24) และ (2.25) มีสมการลักษณะเฉพาะ (characteristic equation) นั่นคือ ถ้าจะมีการลู่เข้า (convergence) เราจะต้องมีเงื่อนไข ว่าราก (roots) ของพหุนาม (polynomial) $(1-a_{11}L)(1-a_{22}L) - a_{12}a_{21}L^2$ จะต้องอยู่ข้างนอกวงกลมหน่วย (unit circle)

ใน second-order difference equation ราก (roots) อาจจะมีลักษณะจริง (real) หรือเชิงซ้อน (complex) โปรดสังเกตว่าทั้ง y_t และ z_t มีสมการเฉพาะ (characteristic equation) เหมือนกัน(ตราบเท่าที่ทั้ง a_{12} และ a_{21} ไม่เท่ากับศูนย์ ผลเฉลยสำหรับสองลำดับ (sequences) จะมี characteristic roots เหมือนกัน) ดังนั้น y_t และ z_t จะมี time path ที่คล้ายกัน

การประมาณค่า (estimation) และ identification

วัตถุประสงค์สูงสุดของการทำการทำนายระยะสั้นในแม่นยำสามารถที่จะทำได้ดีที่สุดก็โดยการขจัดค่าประมาณของพารามิเตอร์ที่ไม่สำคัญทิ้งไปจากแบบจำลองข้อวิจารณ์ของ Sims (1990) เกี่ยวกับ “incredible identification restrictions” ที่มีอยู่ในตัวของ structural models ได้กล่าวว่ามีกลยุทธ์ในการประมาณค่าทางเลือกอีกวิธีหนึ่ง จากสมการ (2.14) เราสามารถเขียนในกรณีทั่วไปได้ดังนี้

$$x_t = A_0 + A_1x_{t-1} + A_2x_{t-2} + \ldots A_px_{t-p} + e_t \qquad (2.26)$$

โดยที่ x_t = n×1 เวกเตอร์ซึ่งประกอบไปด้วยตัวแปร n ตัวใน VAR

A_0 = n×1 เวกเตอร์ของเทอมตัดแกน (intercept terms)

A_i = n×1 เมทริกซ์ของสัมประสิทธิ์

และ e_i = n×1 เวกเตอร์ของพจน์คลาดเคลื่อน (error terms)

วิธีการของ Sims นำมาซึ่งมากกว่าการหาตัวแปรที่เหมาะสมที่จะรวมเข้าไปอยู่ใน VARและการหา lag length ที่เหมาะสมเล็กน้อย ตัวแปรที่จะถูกรวมเข้าไปใน VAR ถูกเลือกตามแบบจำลองทางเศรษฐศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง การทดสอบ lag length จะเป็นการเลือก lag length ที่เหมาะสม ทั้งนี้เพื่อลดจำนวนของพารามิเตอร์ที่จะประมาณค่าให้ลดลง

เมทริกซ์ A_0 จะมีพจน์ตัดแกน (intercept terms) อยู่ n ตัว และเมทริกซ์ A_i แต่ละเมทริกซ์จะมีสัมประสิทธ์อยู่ n^2 ตัว เพราะฉะนั้นสัมประสิทธิ์ที่จะต้องประมาณค่าจะมีทั้งหมดรวมกันเท่ากับ $n + pn^2$ เทอม และอย่างไม่ต้องสงสัย VAR อาจจะมีพารามิเตอร์มากเกินไปก็ได้ ถ้าหากพบว่าค่าประมาณของสัมประสิทธิ์จำนวนไม่น้อยสามารถที่จะเอาออกไปจากแบบจำลองได้ด้วยความเหมาะสม

อย่างไรก็ตามเป้าหมายของเราก็คือ การหาความสัมพันธ์ระหว่างกันที่สำคัญระหว่างตัวแปรต่างๆ และไม่ได้เป็นการพยากรณ์ระยะสั้น การใส่ข้อจำกัดที่เรียกว่า zero restrictions อาจจะทำให้เราสูญเสียข้อมูลที่สำคัญไป ยิ่งกว่านั้นตัวถดถอยต่างๆ น่าจะมีลักษณะ highly collinear ดังนั้นการใช้ t-tests สำหรับแต่ละสัมประสิทธิ์อาจจะไม่ตัวชี้แนะที่น่าไว้ใจได้ในการที่จะลดจำนวนพารามิเตอร์ของแบบจำลอง

โปรดสังเกตว่าทางขวามือของสมการ (2.26) มีแต่ตัวแปรที่ถูกกำหนดมาก่อน (predetermined variables) เท่านั้น และพจน์ความคลาดเคลื่อน (error terms) ได้ถูกสมมุติว่าเป็น serially uncorrelated ด้วยความแปรปรวนคงที่หรือคงตัว (constant) ดังนั้น แต่ละสมการในระบบสมการดังกล่าวสามารถที่จะประมาณค่าได้โดยใช้ OLS และยิ่งกว่านั้นค่าประมาณ OLS (OLS estimates) ยังมีลักษณะคล้องจอง (consistent) และมีประสิทธิภาพเชิงเส้นกำกับ (asymptotically efficient) แม้ว่าความคลาดเคลื่อนข้ามสมการจะมีความสัมพันธ์กัน และ seemingly unrelated regression (SUR) ก็จะไม่ช่วยเพิ่มประสิทธิ์ภาพของการประมาณค่าแต่ประการใด ทั้งนี้เพราะว่าการถดถอยของทุกสมการจะมีตัวแปรทางขวามือเหมือนกันทุกประการ (identical)

ประเด็นที่ว่าตัวแปรใน VAR จำเป็นที่จะต้องมีลักษณะนิ่ง (stationary) ยังคงอยู่ Sims และคนอื่นๆ เช่น Watson (1988) ได้แนะนำไม่ให้ใช้ differencing แม้ว่าตัวแปรในแบบจำลองจะมี a unit root ท่านเหล่านี้ได้แย้งว่าเป้าหมายของการวิเคราะห์ VAR ก็คือ การหาความสัมพันธ์ระหว่างกันของตัวแปรไม่ใช่ค่าประมาณของพารามิเตอร์ ข้อแย้งหลักที่ไม่ให้ใช้ differencing ก็คือว่า การทำ differencing เป็นการทิ้งข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนไปด้วยกัน (comovement) ของข้อมูล (data) (เช่น ความเป็นไปได้ของความสัมพันธ์แบบ cointegrating) ในทำนองเดียวกันก็จะมีการแย้งว่าข้อมูล (data) ไม่จำเป็นต้องเอาแนวโน้มออก (detrended) ใน VAR ตัวแปรที่แสดงแนวโน้มจะถูกประมาณการ(approximated) อย่างดีโดย a unit root บวก drift อย่างไรก็ตามทัศนะส่วนใหญ่ก็คือว่า

รูปแบบ (form) ของตัวแปรใน VAR ควรจะจำลอง (minic) กระบวนการสร้างข้อมูลที่ถูกต้อง (true data-generating process) สิ่งนี้เป็นสิ่งที่ถูกต้องอย่างยิ่ง ถ้าจุดประสงค์คือการประมาณค่า structural model อย่างไรก็ตามเราจะพิจารณากรณีนี้อีกครั้งในโอกาสต่อไป แต่สำหรับตอนนี้เราจะสมมุติว่าตัวแปรทั้งหมดมีลักษณะนิ่ง (stationary) (Enders, 1995)

Identification

เพื่อให้เข้าใจง่ายถึงวิธีการ identification เราจะใช้ตัวอย่างในสมการ (3.11) และ (3.12) ซึ่งเป็น structural first-order VAR ที่มี 2 ตัวแปร เราไม่สามารถประมาณค่าสมการทั้งสองได้โดยตรง ทั้งนี้เพราะมีผลกระทบย้อนกลับ (feedback) อยู่ในระบบสมการดังกล่าวทั้งสองสมการ เหตุผลคือ z_t นั้นมีความสัมพันธ์กับพจน์ความคลาดเคลื่อน (error term) ε_{yt} และ y_t มีความสัมพันธ์กับเทอมความคลาดเคลื่อน (error term) ε_{zt} เทคนิคการประมาณค่ามาตรฐานจะต้องมีเงื่อนไขว่าตัวถดถอ ย (regressors) จะต้องไม่มีความสัมพันธ์กับพจน์ความคลาดเคลื่อน (error term) (Enders, 1995) Enders ได้กล่าวว่าไม่มีปัญหาดังกล่าวในการประมาณค่าระบบสมการ VAR ในรูปแบบมาตรฐาน (standard form) ซึ่งคือรูปแบบสมการ (2.15) และ (2.16) วิธีการ OLS สามารถประมาณค่าสมาชิก 2 ตัวของ A_0 และ 4 ตัวของ A_1 ยิ่งกว่านั้นส่วนที่เหลือหรือส่วนตกค้าง (residuals) จากการถดถอยทั้งสองสมการสามารถทำให้เราคำนวณค่าประมาณของความแปรปรวน (variance) ของ e_{1t} และ e_{2t} และของความแปรปรวนร่วม (covariance) ระหว่าง e_{1t} และ e_{2t} ประเด็นก็คือว่าเป็นไปได้หรือไม่มีจะนำเอาข้อมูลทั้งหมดที่อยู่ในระบบดั้งเดิม (primitive system) จากระบบสมการ (2.12) และ (2.13) ที่ได้ประมาณค่าไว้กลับคืนมา หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือว่า primitive form นั้น identifiable หรือไม่ โดยกำหนดค่าประมาณ OLS (OLS estimates) ของแบบจำลอง VAR ในรูปแบบของสมการ (2.15) และ (2.16) มาให้

คำตอบสำหรับคำถามนี้ก็คือ "ไม่ นอกเสียจากว่าเราเต็มใจที่จะใส่ข้อจำกัดอย่างเหมาะสมเข้าไปใน primitive system" เหตุผลนั้นชัดเจนถ้าเราเปรียบเทียบจำนวนของพารามิเตอร์ใน structural VAR กับจำนวนของพารามิเตอร์ที่นำกลับคืนมาจาก standard form VAR model การประมาณค่าสมการ (2.15) และ (2.16) จะให้ค่าประมาณของสัมประสิทธิ์ 6 ค่า (ซึ่งคือ a_{10}, a_{20}, a_{11}, a_{12}, a_{21} และ a_{22}) และ ค่าของ var (e_{1t}), var (e_{2t}) และ cov (e_{1t}, e_{2t}) อย่างไรก็ตาม primitive system ซึ่งคือ สมการ (2.12) และ (2.13) มีพารามิเตอร์ 10 ตัว นอกจากสัมประสิทธิ์ค่าตัดแกน (intercept coefficients) สองตัวซึ่งคือ b_{10} และ b_{20} สัมประสิทธิ์อัตถดถอย (autoregressive coefficients) 4 ตัว ซึ่งคือ γ_{11}, γ_{12}, γ_{21} และ γ_{22} และสัมประสิทธิ์ผลกระทบย้อนกลับ (feedback coefficients) อีก 2 ตัว คือ b_{12} และ b_{21} แล้ว ยังมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2 ตัวคือ σ_y และ σ_z รวมแล้ว

เป็น 10 ตัว โดยสรุปแล้ว primitive system จะมีพารามิเตอร์ 10 ตัว ในขณะที่ VAR มีพารามิเตอร์เพียง 9 ตัว เท่านั้น นอกเสียจากว่าเราจะใส่ข้อจำกัด 1 ข้อจำกัดของพารามิเตอร์เข้าไปมิฉะนั้นเป็นไปไม่ได้ที่เราจะ identify primitive system ซึ่งจะเรียกสมการ (2.12) และ (2.13) ว่า underidentified แต่ถ้า primitive system ซึ่งคือ สมการ (2.12) และ (2.13) ถูกใส่ข้อจำกัดเท่ากับ 1 ข้อจำกัด primitive system จะมีลักษณะ exactly identified และถ้าพารามิเตอร์มากกว่า 1 ตัว ถูกใส่ข้อจำกัด primitive system จะมีลักษณะoveridentified

วิธีหนึ่งที่จะ identify แบบจำลองก็คือ การใช้ระบบเวียนเกิด (recursive system) ซึ่งเสนอโดยSims (1990) สมมุติว่าเรามีความเต็มใจที่จะใส่ข้อจำกัด 1 ข้อ ใน primitive system ซึ่งจะทำให้สัมประสิทธิ์ $b_{21} = 0$ เพราะฉะนั้นจากสมการ (2.12) และ (2.13) และจากการใส่ข้อจำกัด $b_{21} = 0$ จะได้

$$y_t = b_{10} - b_{12} z_t + \gamma_{11} y_{t-1} + \gamma_{12} z_{t-1} + \varepsilon_{yt} \tag{2.27}$$

$$z_t = b_{20} - \gamma_{21} y_{t-1} + \gamma_{22} z_{t-1} + \varepsilon_{zt} \tag{2.28}$$

กำหนดข้อจำกัดดังกล่าวมาให้ (ซึ่งอาจจะมาจากแบบจำลองทางเศรษฐศาสตร์เป็นการเฉพาะก็ได้) เราจะเห็นได้อย่างชัดเจนว่า z_t จะมีผลกระทบเวลาเดียวกัน (contemporaneous) ต่อ y_t แต่ y_t ในคาบที่แล้วจึงจะมีผลกระทบต่อ $\{z_t\}$ sequence ในคาบนี้

การใส่ข้อจำกัด $b_{21} = 0$ หมายความว่า B^{-1} จะมีลักษณะดังนี้

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ในตอนนี้เราจะเอา B^{-1} เมทริกซ์ใหม่ที่ใส่ข้อจำกัด (restriction) เข้าไปแล้วคูณข้างหน้า primitive system จะได้

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix}$$

หรือ

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{10} - b_{12}b_{20} \\ b_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{11} - b_{12}\gamma_{21} & \gamma_{12} - b_{12}\gamma_{22} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

ประมาณค่าระบบสมการดังกล่าวนี้ด้วยวิธี OLS จะได้ค่าประมาณพารามิเตอร์ทางทฤษฎี (theoretical parameter estimates)

$$y_t = a_{10} + a_{11}y_{t-1} + a_{12}z_{t-1} + e_{1t}$$

$$z_t = a_{20} + a_{21}y_{t-1} + a_{22}z_{t-1} + e_{2t}$$

โดยที่

$$a_{10} = b_{10} - b_{12}b_{20}$$

$$a_{11} = \gamma_{11} - b_{12}\gamma_{21}$$

$$a_{12} = \gamma_{12} - b_{12}\gamma_{22}$$

$$a_{20} = b_{20}$$

$$a_{21} = \gamma_{21}$$

$$a_{22} = \gamma_{22}$$

เนื่องจาก $e_{1t} = \varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt}$ และ $e_{2t} = \varepsilon_{zt}$ เราสามารถจะคำนวณพารามิเตอร์ของเมทริกซ์ความแปรปรวน-ความแปรปรวนร่วม (variance-covariance matrix) ได้ดังนี้

$$\text{var}\ (e_1) = \sigma_y^2 + b_{12}^2\sigma_z^2 \quad (2.29a)$$

$$\text{var}\ (e_1) = \sigma_z^2 \quad (2.29b)$$

$$\text{cov}\ (e_1, e_2) = -b_{12}\sigma_z^2 \quad (2.29c)$$

จะเห็นได้ว่าเรามี 9 สมการและมีตัวไม่ทราบค่าจาก primitive system 9 ค่า เช่นกัน เราก็จะสามารถหาค่า $b_{10}, b_{12}, \gamma_{11}, \gamma_{12}, b_{20}, \gamma_{21}, \gamma_{22}, \sigma_y^2$ และ σ_z^2 ได้

และโปรดสังเกตว่าค่าประมาณ (estimates ของ $\{\varepsilon_{yt}\}$ และ $\{\varepsilon_{zt}\}$ sequences เราก็สามารถที่จะคำนวณได้เช่นเดียวกัน ส่วนตกค้างหรือส่วนที่เหลือ (residuals) จากสมการที่สองนั่นคือ $\{e_{2t}\}$ sequence ก็คือค่าประมาณ (estimates) ของ $\{\varepsilon_{zt}\}$ sequences และเราก็ทราบว่า $e_{1t} = \varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt}$ เพราะฉะนั้นเราก็สามารถหาค่าประมาณของ $\{\varepsilon_{zt}\}$ sequence ได้

ในสมการ (2.12) ข้อสมมุติ (ข้อจำกัด) $b_{21} = 0$ หมายความว่า y_t ไม่ได้มีผลกระทบในเวลาเดียวกัน (contemporaneous effect) ต่อ z_t ในสมการที่ (2.29) ข้อจำกัดดังกล่าวได้แสดงออกมาว่าทั้ง ε_{yt} และ ε_{zt} shocks กระทบต่อค่าของ y_t ในเวลาเดียวกัน แต่ ε_{zt} shocks เท่านั้นที่กระทบต่อของ z_t ในเวลาเดียวกัน ค่าที่สังเกตได้ของ e_{2t} นั้นเป็นผลของ pure shocks ต่อ $\{z_t\}$ sequence การแยก

ส่วนที่เหลือหรือส่วนตกค้าง (residuals) ในลักษณะสามสิ่งหรือสามด้านเช่นนี้ เรียกว่า Choleski decomposition (Enders, 1995)

การวิเคราะห์ Impulse Response Function

ถ้า autoregression มี moving average อยู่ เราก็สามารถเขียน vector moving average (VMA) ตามข้อเท็จจริงแล้วสมการ (2.23) ก็คือ ตัวแทน VMA (VMA representation) ของสมการ (2.13) ในลักษณะที่ว่าตัวแปร (นั่นคือ y_t และ z_t) ถูกเขียนในรูปของค่าในปัจจุบันและในอดีตของ shocks ทั้งสองชนิดนั่นคือ e_{1t} และ e_{2t} นั่นเอง VMA representation นี้เป็นลักษณะเฉพาะที่สำคัญของระเบียบวิธีของ Sims ในลักษณะที่ว่ามันทำให้เราหา time path ของ shocks ต่างๆ ที่มีต่อตัวแปรที่อยู่ในระบบ VAR และเพื่อทำให้การอธิบายเข้าในง่ายขึ้น เราจะใช้ตัวอย่างเดิมที่มี 2 ตัวแปร และเป็นแบบจำลองแบบ first-order ในการอธิบาย โดยเริ่มต้นจากการเขียนสมการ (3.16) และ (3.17) ในรูปแบบของเมทริกซ์ซึ่งจะได้

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{10} \\ a_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11}. & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix} \quad (\qquad 2.30)$$

และใช้สมการ (2.23) จะได้

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} e_{1t-i} \\ e_{2t-i} \end{bmatrix} \quad (\qquad 2.31)$$

จากสมการที่ (2.30) เราเขียน y_t และ z_t ในรูปของ $\{e_{1t}\}$ และ $\{e_{2t}\}$ ตามลำดับ อย่างไรก็ตาม จะเป็นการดีในรายละเอียดที่เราจะเขียนสมการ (2.31) ในรูปของ $\{\varepsilon_{yt}\}$ และ $\{\varepsilon_{zt}\}$ ตามลำดับ

จากสมการ (2.17) และ (2.18)สามารถเขียนเวคเตอร์ของความคลาดคลาดเคลื่อน (vector of error) ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix} = \frac{1}{1-b_{12}b_{21}} \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ -b_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix} \quad (\qquad 2.32)$$

แทนค่าสมการ (2.32) ลงในสมการ (2.22) จะได้

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_t \\ \bar{z}_t \end{bmatrix} + \frac{1}{1-b_{12}b_{21}} \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} a_{11}. & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} 1 & .-b_{12} \\ -b_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt-i} \\ \varepsilon_{zt-i} \end{bmatrix}$$

เพื่อให้เกิดความกะทัดรัดในการใช้สัญลักษณ์ เราจะนิยาม 2 ×2 เมทริกซ์ (matrix) ϕ_i ด้วยสมาชิก $\phi_{jk}(i)$ ดังนี้

$$\phi_i = \frac{A_1^i}{1-b_{12}b_{21}} \begin{bmatrix} 1 & -b_{12} \\ -b_{21} & 1 \end{bmatrix}$$

ดังนั้น moving average representation ของสมการ (2.28) และ (2.29) สามารถเขียนในพจน์ของ $\{\varepsilon_{yt}\}$และ $\{\varepsilon_{zt}\}$ ตามลำดับ ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_t \\ \bar{z}_t \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} \phi_{11}(i). & \phi_{12}(i) \\ \phi_{21}(i) & \phi_{22}(i) \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} \varepsilon_{yt-i} \\ \varepsilon_{zt-i} \end{bmatrix} \tag{2.33}$$

หรือเขียนให้กะทัดรัดกว่านี้จะได้

$$x_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \phi_i \varepsilon_{t-i} \tag{2.34}$$

moving average representation เป็นเครื่องมือที่เป็นประโยชน์มากที่จะตรวจสอบปฏิกิริยาระหว่างกันระหว่าง $\{y_t\}$ และ $\{z_t\}$ ตามลำดับ สัมประสิทธิ์ ϕ_i สามารถที่จะใช้เพื่อที่จะสร้างผลกระทบของ ε_{yt} และ ε_{zt} shocks ต่อ time path ทั้งหมดของ $\{y_t\}$และ $\{z_t\}$ sequences ถ้าเราเข้าใจสัญลักษณ์ เราจ ะเห็นได้ชัดเจนว่า สมาชิกทั้ง 4 ซึ่งคือ $\phi_{jk}(0)$ ก็คือ ตัวคูณผลกระทบ (impact multipliers) นั่นเอง ยกตัวอย่างเช่น สัมประสิทธิ์ $\phi_{12}(0)$ ก็คือ ผลกระทบที่เกิดขึ้นทันทีทันใดของการเปลี่ยนแปลงใน ε_{zt} หนึ่งหน่วยที่มีต่อ y_t ในลักษณะเดียวกัน สมาชิก $\phi_{11}(1)$ และ $\phi_{12}(1)$ ก็คือ ผลตอบสนอง (response) 1คาบเวลา ของการเปลี่ยนแปลงหนึ่งหน่วยใน ε_{yt-1} และ ε_{zt-1} ต่อ y_t

ตามลำดับ และถ้าเราเพิ่มเวลาขึ้นอีก 1 คาบเวลา ก็หมายความว่า $\phi_{11}(1)$ และ $\phi_{12}(1)$ ก็จะเป็นผลกระทบของการเปลี่ยนแปลง 1 หน่วยใน ε_{yt} และ ε_{zt} ต่อ y_{t-1} (Enders, 1995)

โปรดสังเกตว่าเราใช้คำว่า shocks บ่อยมาก อันที่จริงแล้ว Gujarati (2003) กล่าวว่าstochastic error terms นั้นในภาษา VAR เราจะเรียกว่า shocks, impulses หรือ innovations

ผลกระทบสะสม (accumulated effects) ของ unit impulses ใน ε_{yt} และหรือ ε_{zt} สามารถหาได้จากผลบวกที่เหมาะสมของสัมประสิทธิ์ของ impulse response functions ยกตัวอย่างเช่น หลังจาก n คาบเวลา ผลกระทบของ ε_{zt} ต่อค่าของ y_{t+n} ก็คือ $\phi_{12}(n)$ ดังนั้นหลังจาก n คาบเวลา ผลบวกสะสมของผลกระทบของ ε_{zt} ต่อ $\{y_t\}$sequence ก็คือ

$$\sum_{i=0}^{n} \phi_{12}(i)$$

ถ้าให้ n เข้าใกล้อนันต์ (infinity) เราจะได้ตัว multiplier ระยะยาว (long-run multiplier) เนื่องจากเราสมมุติว่า $\{y_t\}$และ $\{z_t\}$sequences มีลักษณะนิ่ง (stationary) เราจะได้ว่า

$$\sum_{i=0}^{n} \phi_{jk}^{2}(i) \qquad \text{มีลักษณะอันตะ (finite) สำหรับทุกค่าของ j และ k}$$

4 เซตของสัมประสิทธิ์ $\phi_{11}(i)$, $\phi_{12}(i)$, $\phi_{21}(i)$ และ $\phi_{22}(i)$ เรียกว่า impulse response functions พล็อต impulse response functions (นั่นคือ พล็อตสัมประสิทธิ์ $\phi_{jk}(i)$ กับ i) เป็นวิธีทางปฏิบัติที่จะเห็น (เป็นตัวแทน) พฤติกรรมของอนุกรม $\{y_t\}$และ $\{z_t\}$ ในการตอบสนองต่อ shocks ต่างๆ ในทางปฏิบัติแล้วอาจเป็นไปได้ที่เราจะทราบทุกค่าของพารามิเตอร์ของ primitive system (3) และ (4) และด้วยองค์ความรู้ดังกล่าวก็เป็นไปได้ที่จะหา time path ของผลกระทบของ pure ε_{yt} หรือ ε_{zt} shocks ได้ อย่างไรก็ตาม Enders (1995) กล่าวว่า วิธีการนี้ไม่มีสำหรับนักวิจัยเนื่องจาก VAR ที่ถูกประมาณค่านั้นมีลักษณะ under identified (ดังที่ได้อธิบายมาแล้วข้างต้น) ดังนั้น นักเศรษฐมิติจึงต้องใส่ข้อจำกัดเพิ่มขึ้นไปอีก 1 ข้อจำกัด ในกรณี VAR system ที่มี 2 ตัวแปร เพื่อที่จะ identify the impulse responses ได้

ข้อจำกัดสำหรับ identification ที่เป็นไปได้ข้อหนึ่งก็คือ การใช้ Choleski decomposition Enders ยกตัวอย่างว่า มีความเป็นไปได้ที่เราจะใส่ข้อจำกัดเข้าไปในระบบในลักษณะที่ว่าค่าของ y_t ที่เกิดขึ้นในเวลาเดียวกันจะไม่มีผลกระทบในเวลาเดียวกันต่อ z_t ซึ่งในทางคณิตศาสตร์แล้วข้อจำกัด

นี้ก็คือ การให้ $b_{21} = 0$ ใน primitive system นั่นเอง ในเทอมของสมการ (2.30) พจน์ความคลาดเคลื่อนสามารถแตกย่อยออกมาได้มาได้นี้

$$e_{1t} = \varepsilon_{yt} - b_{12}\varepsilon_{zt} \tag{2.35}$$
$$e_{2t} = \varepsilon_{zt} \tag{2.36}$$

ดังนั้นถ้าเราใช้สมการ (2.36) ความคลาดเคลื่อน (errors) ที่เราสังเกตได้ทั้งหมดจาก $\{e_{2t}\}$ sequence ก็จะเป็นผลมาจาก ε_{zt} shocks กำหนด $\{\varepsilon_{2t}\}$sequence ที่คำนวณมาแล้วมาให้องค์ความรู้ของค่าของ $\{e_{1t}\}$ sequence และสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (correlation coefficient) ระหว่าง e_{1t} และ e_{2t} จะทำให้เราสามารถคำนวณหาค่าของ $\{\varepsilon_{yt}\}$ sequence ได้โดยใช้สมการ (2.35) แม้ว่า Choleski decomposition นี้ จะบังคับระบบดังกล่าวในลักษณะที่ว่า ε_{yt} shock ไม่มีผลกระทบโดยตรงต่อ z_t แต่ก็จะมีผลกระทบโดยทางอ้อมในลักษณะที่ว่าค่าล่าหรือค่าล้าหลัง (lagged values) ของ y_t มีผลกระทบต่อค่าของ z_t จุดสำคัญก็คือว่า การแบ่งย่อยดังกล่าวได้บังคับให้มีความไม่สมมาตร (asymmetry) อย่างสำคัญ (ที่เป็นไปได้) ในระบบเนื่องจาก ε_{zt} shock มีผลกระทบในเวลาเดียวกันต่อทั้ง y_t และ z_t ด้วยเหตุดังกล่าวนี้สมการ (2.35) และ (2.36) จะถูกเรียกเพื่อแสดงนัยการเรียงลำดับ (an ordering) ของตัวแปร ε_{zt} shock จะมีผลกระทบโดยตรงต่อ e_{1t} และ e_{2t} แต่ ε_{yt} จะไม่มีผลกระทบต่อ e_{2t} ดังนั้น z_t ก็จะมาก่อน (prior) y_t (Enders, 1995)

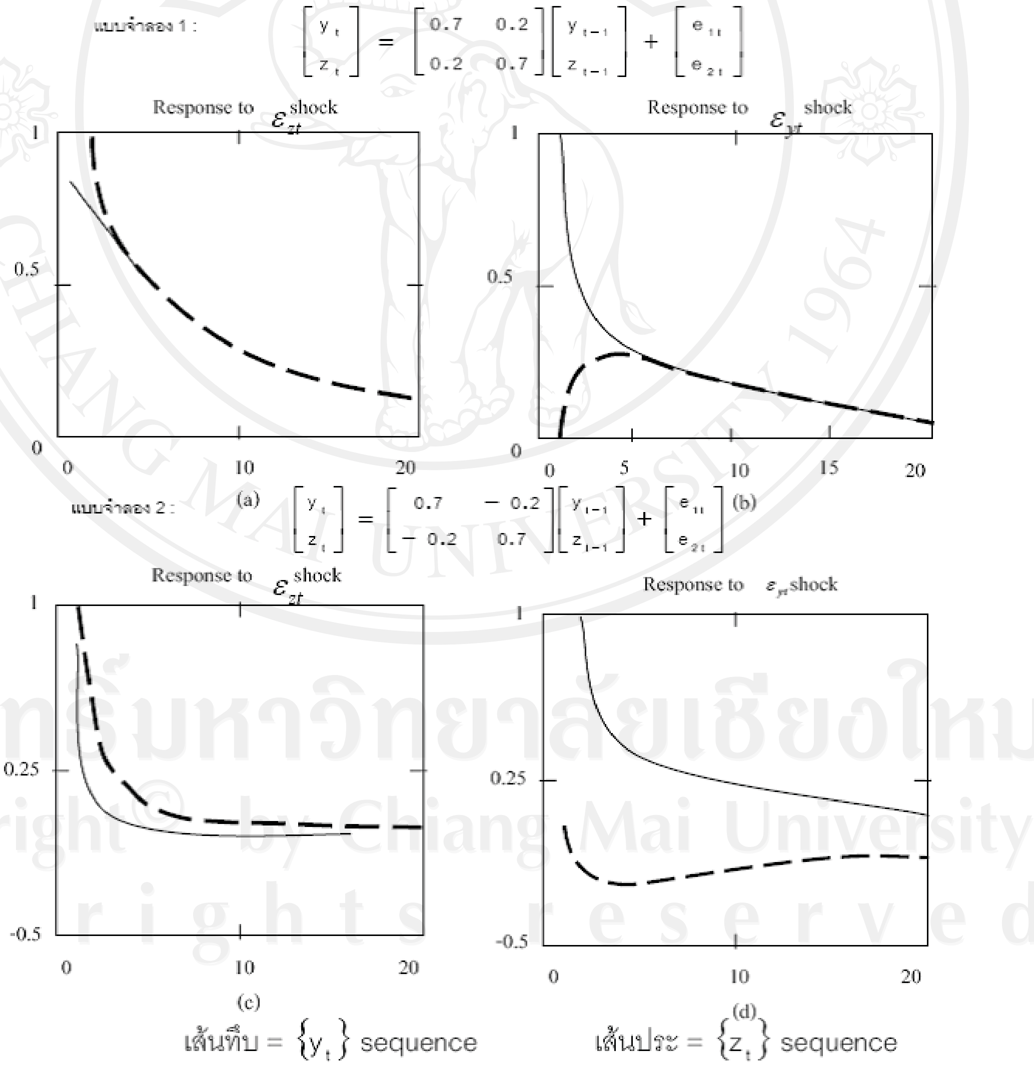
สมมุติว่าค่าประมาณของสมการ (2.15) และ (2.16) ให้ค่า $a_{10} = a_{20} = 0$, $a_{11} = a_{22} =$ 0.7และ $a_{12} = a_{21} = 0.2$ และสมมุติว่าสมาชิกของเมทริกซ์ Σ มีลักษณะว่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ และ cov (e_{1t}, e_{2t}) อยู่ในลักษณะที่ว่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (correlation coefficient) ระหว่าง e_{1t} และ e_{2t} (ใช้สัญลักษณ์ว่า ρ_{12}) มีค่าเท่ากับ 0.8 ดังนั้น ความคลาดเคลื่อนที่ถูกแบ่งย่อยแล้วสามารถเขียนได้ดังนี้

$$e_{1t} = \varepsilon_{yt} + 0.8\varepsilon_{zt} \tag{2.37}$$
$$e_{2t} = \varepsilon_{zt} \tag{2.38}$$

ต่อไปนี้เราจะพิจารณาว่า ถ้ามี shocks หนึ่งหน่วยไปสู่ ε_{zt} และ ε_{yt} จะมีผลกระทบต่อ time path ของ $\{y_t\}$และ $\{z_t\}$sequences อย่างไร จากสมการ (2.37) และ (2.38) ถ้ามี shock ใน ε_{zt} 1 หน่วย และจากสมการ (2.38) เราจะเห็นว่า e_{2t} จะเพิ่มขึ้น 1 หน่วย ซึ่งก็จะทำให้ z_t เพิ่มขึ้น 1 หน่วยด้วย และจะทำให้ y_t เพิ่มขึ้น 0.8 หน่วย (จากสมการ (2.37))

ในคาบเวลาต่อมา ε_{zt+1} จะกลับมาที่ศูนย์แต่ลักษณะของ autoregressive ของระบบมีลักษณ ะว่า y_{t+1} และ z_{t+1} จะไม่กลับไปสู่ค่าระยะยาวทันทีทันใด เนื่องจาก $z_{t+1} = 0.2y_t + 0.7z_t + \varepsilon_{zt+1}$ เราจะได้ว่า $z_{t+1} = 0.2(0.8) + 0.7(1) = 0.86$ ในทำนองเดียวกันกับ $z_{t+1} = 0.2y_t + 0.7z_t = (0.7)(0.8) + 0.2(1) = 0.76$ ซึ่งทำเช่นนี้เรื่อยๆ ไปดังจะเห็นจากรูปที่ 1 ซึ่งจะเห็นได้ว่าค่าต่อๆ มาของ $\{y_t\}$และ $\{z_t\}$sequences จะลู่เข้าไปสู่ระดับระยะยาวการลู่เข้า (convergence) นี้ ได้รับการรับประกันจากความมีเสถียรภาพของระบบ นั่นคือ characteristic roots ทั้งสองมีค่าเท่ากับ 0.5 และ 0.9

รูปที่ 2.1 Impulse Respond Function



หมายเหตุ : ในทุกกรณี $e_{1t} = 0.8\varepsilon_{zt} + \varepsilon_{yt}$ และ $e_{2t} = \varepsilon_{zt}$

แหล่งที่มา : Enders (1995, p308)

ผลกระทบของ shock 1 หน่วย ใน ε_{yt} แสดงโดยกราฟทางขวามือ (b) ของรูปที่ 6 ความไม่สมมาตร (asymmetry) ของการแบ่งย่อยสามารถจะดูได้ทันทีโดยการเปรียบเทียบ 2 กราฟบนสุด shock1 หน่วย ใน ε_{yt} เป็นสาเหตุให้ค่าของ y_t เพิ่มขึ้น 1 หน่วย อย่างไรก็ตามไม่มีผลกระทบใ น ช่วงเวลาเดียวกันต่อค่าของ z_t ดังนั้น $y_t = 1$ และ $z_t = 0$ ในคาบเวลาต่อมา ε_{yt+1} จะกลับมามีค่าเป็นศูนย์ ธรรมชาติของอัตถดถอย (autoregressive) ของระบบมีลักษณะที่ทำให้ $y_{t+1} = 0.7\,y_t + 0.2\,z_t$ และ $z_{t+1} = 0.2\,y_t + 0.7\,z_t = 0.2$ จุดที่เหลืออื่นๆ ในรูปที่ 6 ก็คือ impulse reponse สำหรับคาบเวลา y_{t+2} จนกระทั่งถึง y_{t+20} เนื่องจากระบบมีลักษณะนิ่ง (stationary) impulse responses ก็จะลดลงในท้ายที่สุด

Enders ได้ตั้งคำถามว่า เราสามารถจะหาผลลัพธ์ (consequences) ของการทำให้ Choleski decomposition เป็นไปในทิศทางตรงกันข้ามในลักษณะที่ว่า b_{12} (แทนที่จะเป็น b_{21}) ถูกจำกัดให้มีค่าเท่ากับศูนย์ได้หรือไม่ เนื่องจาก A_1 มีลักษณะสมมาตร (นั่นคือ $a_{11} = a_{22}$ และ $a_{12} = a_{21}$) impulse responses ของ shock ใน ε_{yt} จะมีลักษณะคล้ายกันกับ impulse responses ในกราฟ (b) สิ่งที่แตกต่างกันก็คือ เส้นทึบจะแสดงถึง time path ของ $\{z_t\}$ sequences และเส้นประคือ time path ของ $\{y_t\}$ sequence

Enders ได้กล่าวว่า สิ่งสำคัญที่จะต้องบันทึกไว้ก็คือ ความสำคัญของการเรียงลำดับ (ordering) ขึ้นอยู่กับขนาด (magnitude) ของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่าง e_{1t} และ e_{2t} ให้ ρ_{12} คือ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ดังนั้นจะได้ว่า $\rho_{12} = \sigma_{12} / \sigma_1\sigma_2$ สมมุติว่าแบบจำลองที่เราประมาณค่าได้ให้ Σ มา ในลักษณะที่ทำให้ ในกรณีนี้การเรียงลำดับ (ordering) จะไม่มีความสำคัญเลย เมื่อ $\rho_{12} = 0$ สมการ (2.37) และ (2.38) จะกลายมาเป็น $e_{1t} = \varepsilon_{yt}$ และ $e_{2t} = \varepsilon_{zt}$ ดังนั้นถ้าไม่มีสหสัมพันธ์ข้ามสมการ ส่วนที่เหลือหรือส่วนตกค้าง (residuals) จากสมการ y_t และ z_t จะมีค่าเท่ากับ shock ε_{yt} และ shocks ε_{zt} ตามลำดับเท่านั้น ในกรณีปลายสุดอีกข้างหนึ่ง (other extreme) ถ้า $\rho_{12} = 1$ เราก็จะมี shock เพียงอันเดียว (single shock) ในระบบที่มีผลกระทบในเวลาเดียวกันต่อทั้งสองตัวแปร ภายใต้ข้อสมมุติ $b_{21} = 0$ สมการ (2.37) และ (2.38) จะกลายมาเป็น $e_{1t} = \varepsilon_{zt}$ และ $e_{2t} = \varepsilon_{zt}$ และถ้า $b_{12} = 0$ สมการ (2.37) และ (2.38) ก็จะกลายมาเป็น $e_{1t} = \varepsilon_{yt}$ และ $e_{2t} = \varepsilon_{yt}$ โดยปกติแล้วนักวิจัยต้องการที่จะต้องการทดสอบนัยสำคัญของ ρ_{12} เช่นการใช้กฎหัวแม่มือ (rule of thumb) หรือกฎแห่งการปฏิบัติ ถ้า $|\rho_{12}| > 0.2$ สหสัมพันธ์ (correlation) นั้นจะถูกลงความเห็นว่ามีนัยสำคัญ ถ้า $|\rho_{12}| > 0.2$ กระบวนการปกติก็คือ การหา impulse response function โดยใช้การเรียงลำดับเฉพาะ หลังจากนั้นให้เปรียบเทียบผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นกับ impulse function ที่ได้จากการทำให้(reversing) การเรียงลำดับเป็นไปในทิศทางตรงกันข้าม ถ้าการแจงเหตุสู่ผล (implication) มีความแตกต่างกันอย่างมาก การตรวจจอบเพิ่มเติมถึงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรเป็นสิ่งที่จะต้องทำ

การแยกส่วนประกอบของความแปรปรวน (variance decomposition)

ใน VARs ที่ไม่ได้ใส่ข้อจำกัดนั้นมีพารามิเตอร์มากเกินไป เพราะฉะนั้นก็จะไม่มีประโยชน์สำหรับการพยากรณ์ระยะสั้น อย่างไรก็ตาม Enders ได้กล่าวว่า การเข้าใจคุณสมบัติของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ก็จะช่วยมากในการเปิดเผยความสัมพันธ์ระหว่างกันในหมู่ตัวแปรในระบบสมมุติว่าถ้าเราทราบสัมประสิทธิ์ของ A_0 และ A_1 และต้องการที่จะพยากรณ์ค่าต่างๆ ของ x_{t+i} ภายใต้เงื่อนไขของค่าสังเกตของ x_t เราจะได้ว่า

$$E_t x_{t+1} = A_0 + A_1 x_t$$

ทั้งนี้เนื่องจากเรามีสมการ

$$x_{t+1} = A_0 + A_1 x_t + e_t$$

เพราะฉะนั้น ความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์หนึ่งคาบไปข้างหน้าก็สามารถเขียนได้ดังนี้

$$x_{t+1} - E_t x_{t+1} = e_{t+3}$$

และจาก

$$\begin{aligned} x_{t+2} &= A_0 + A_1 x_{t+1} + e_{t+2} \\ &= A_0 + A_1\left(A_0 + A_1 x_t + e_{t+1}\right) + e_{t+2} \end{aligned}$$

เราจะได้

$$E_t x_{t+2} = (I + A_1)A_0 + A_1^2 x_t$$

เพราะฉะนั้น ความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์สองคาบไปข้างหน้าสามารถเขียนได้ดังนี้

$$x_{t+2} - E_t x_{t+2} = e_{t+2} + A_1 e_{t+1}$$

เพราะฉะนั้น การพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขและความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ n คาบไปข้างหน้าสามารถเขียนได้ตามลำดับดังนี้

$$E_t x_{t+n} = \left(I + A_1 + A_1^2 + \ldots + A_1^{n-1}\right)A_0 + A_1^n x_t$$

$$x_{t+n} - E_t x_{t+n} = e_{t+n} + A_1 e_{t+n-1} + A_1^2 e_{t+n-2} + \ldots + A_1^{n-1} e_{t+1}$$

เราจะเห็นได้ว่าความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์จะอยู่ในรูปของ VMA (vector moving average) Enders กล่าวว่าแบบจำลอง VMA และ VAR ได้บรรจุสารสนเทศ (information) ชนิดเดียวกันหรือเหมือนกัน แต่จะเป็นการสะดวกที่เราจะอธิบายคุณสมบัติของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ในรูปของ $\{\varepsilon_t\}$sequence และจากสมการ (2.32) เราจะได้ว่า

$$x_{t+n} = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \phi \varepsilon_{t+n-i}$$

ดังนั้น ความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ n คาบเวลาไปข้างหน้าจะสามารถเขียนได้ดังนี้

$$x_{t+n} - E_t x_{t+n} = \sum_{i=0}^{n-1} \phi_i \varepsilon_{t+n-i}$$

ถ้าเราพิจารณาเฉพาะ $\{y_t\}$sequence เท่านั้น เราจะได้ความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ n คาบเวลาไปข้างหน้าดังนี้

$$\begin{aligned} y_{t+n} - E_t y_{t+n} = {} & \phi_{11}(0)\varepsilon_{yt+n} + \phi_{11}(1)\varepsilon_{yt+n-1} + \ldots + \phi_{11}(n-1)\varepsilon_{yt+1} \\ & + \phi_{12}(0)\varepsilon_{zt+n} + \phi_{12}(1)\varepsilon_{zt+n-1} + \ldots + \phi_{12}(n-1)\varepsilon_{zt+1} \end{aligned}$$

ถ้าเราให้ $\sigma_y(n)^2$ คือ ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ n คาบเวลาไปข้างหน้าของ y_{t+n} เราจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \sigma_y(n)^2 = {} & \sigma_y^2\left[\phi_{11}(0)^2 + \phi_{11}(1)^2 + \ldots + \phi_{11}(n-1)^2\right] \\ & + \sigma_z^2\left[\phi_{12}(0)^2 + \phi_{12}(1)^2 + \ldots + \phi_{12}(n-1)^2\right] \end{aligned}$$

เนื่องจากทุกค่าของ $\phi_{jk}(i)^2$ มีค่าไม่เป็นลบ (nonnegative) ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์จะเพิ่มขึ้นเมื่อมีการพยากรณ์ที่ไกลออกไปนั่นคือ เมื่อ n เพิ่มขึ้น

Enders กล่าวว่าเป็นไปได้ที่เราจะแยกส่วนประกอบของความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ n คาบเวลาไปข้างหน้าอันเนื่องมาจากแต่ละ shock และสัดส่วนของ $\sigma_y(n)^2$ เนื่องจาก shocks ใน $\{\varepsilon_{yt}\}$และ $\{\varepsilon_{zt}\}$sequences สามารถเขียนตามลำดับได้ดังนี้

$$\frac{\sigma_y^2\left[\phi_{11}(0)^2+\phi_{11}(1)^2+...+\phi_{11}(n-1)^2\right]}{\sigma_y(n)^2}$$

และ

$$\frac{\sigma_z^2\left[\phi_{12}(0)^2+\phi_{12}(1)^2+...+\phi_{12}(n-1)^2\right]}{\sigma_y(n)^2}$$

เพราะฉะนั้น ส่วนประกอบของความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์จะบอกเราเกี่ยวกับสัดส่วนของการเคลื่อนไหวในหนึ่ง sequence อันเนื่องมาจาก shocks ของตัวแปรนั้นเอง เมื่อเทียบกับ shocks อันเนื่องมาจากตัวแปรอื่น **ถ้า shocks ของ ε_{zt} ไม่ได้อธิบายความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ของ $\{y_t\}$ เลยในการพยากรณ์ไปข้างหน้า เราจะกล่าวว่า $\{y_t\}$sequence มีลักษณะนอกระบบ (exogenous)** ในสถานการณ์เช่นนี้ $\{y_t\}$sequence จะมีลักษณะเป็นอิสระกับ shocks ของ ε_{zt} และ $\{z_t\}$ sequence ในกรณีปลายสุดอีกกรณีหนึ่งนั้น ถ้า shocks ของ ε_{zt} สามารถอธิบายความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ทั้งหมดใน $\{y_t\}$ sequence ณ การพยากรณ์ไปข้างหน้าทั้งหมด เราจะสรุปได้ว่า $\{y_t\}$จะเป็นตัวแปรในระบบ (endogenous) อย่างสิ้นเชิง ในการวิจัยเชิงประยุกต์นั้นจะเป็นแบบฉบับเลยสำหรับที่ตัวแปรตัวหนึ่งจะอธิบายเกือบจะทั้งหมดของความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ทั้งหมด ณ การพยากรณ์ไปข้างหน้าระยะสั้น แต่จะเป็นสัดส่วนที่น้อยลง เมื่อระยะของการพยากรณ์ไปข้างหน้ายาวขึ้นเราสามารถคาดหวังแบบแผนดังกล่าวนี้ได้ ถ้า shocks ของ ε_{zt} มีผลกระทบในระยะเดียวกันต่อ y_t น้อยมาก แต่มีผลกระทบต่อ $\{y_t\}$ sequence ที่มีความล่าหรือล้าหลัง (lag)

โปรดสังเกตว่าการแยกส่วนประกอบของความแปรปรวนจะมีปัญหาอย่างเดียวกับที่เกิดขึ้นในการวิเคราะห์ impulse response function ในการหา $\{\varepsilon_{yt}\}$และ $\{\varepsilon_{zt}\}$ sequences เราจำเป็นจะต้องใส่ข้อจำกัดลงไปที่เมทริกซ์ B การแยกส่วนประกอบแบบ Choleski ที่ใช้ในสมการ (2.35) และ (2.36) จำเป็นที่จะต้องมีว่า ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์หนึ่งคาบเวลาของ z_t ทั้งหมดจะต้องเนื่องมาจาก ε_{zt} ถ้าเราใช้การเรียงลำดับอีกทางเลือกหนึ่ง เราจะได้ว่า ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์หนึ่งคาบเวลาของ y_t ทั้งหมด จะต้องเนื่องมาจาก ε_{yt} ผลกระทบที่รุนแรงของข้อสมมุติทางเลือกเหล่านี้จะลดน้อยลง ณ การพยากรณ์ในคาบเวลาที่

ไกลขึ้นในทางปฏิบัติเราจำเป็นที่จะต้องตรวจสอบส่วนประกอบของความแปรปรวน ณ คาบการพยากรณ์ต่างๆ เมื่อ n เพิ่มขึ้น ส่วนประกอบต่างๆ ของความแปรปรวนควรที่จะลู่เข้า (converge) ยิ่งกว่านั้น ถ้าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (correlation coefficient) ρ_{12} มีค่าแตกต่างจากศูนย์อย่างมีนัยสำคัญ เราจะได้รับส่วนประกอบของความแปรปรวนต่างๆ ภายใต้การเรียงลำดับต่างๆ

อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์ impulse response และส่วนประกอบของความแปรปรวน (ซึ่งรวมกันเรียกว่า innovation accounting) สามารถที่จะเป็นเครื่องมือที่เป็นประโยชน์ในการตรวจสอบความสัมพันธ์ในหมู่ตัวแปรทางด้านเศรษฐศาสตร์ ถ้าหากสหสัมพันธ์ในหมู่ innovations ต่างๆ มีค่าน้อย identification problem ไม่น่าจะเป็นสิ่งสำคัญ การเรียงลำดับในทางอื่นๆ จะให้ impulse response และส่วนประกอบของความแปรปรวนคล้ายๆ กัน และแน่นอนที่สุดการเคลื่อนไหวในช่วงเวลาเดียวกันของตัวแปรทางด้านเศรษฐศาสตร์จำนวนมากก็มีสหสัมพันธ์สูงมาก (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์, 2547)

2.2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษาถึงงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งก็มีแนวคิดและผลการวิจัยที่สามารถนำมาใช้เป็นแนวทางในการดำเนินงานวิจัยฉบับนี้ได้ โดยมีรายละเอียดดังนี้

สมชาย ภคภาสวิวัฒน์ (2523) ได้นำเอาทฤษฎีดาวว์ (Dow Theory) มาวิเคราะห์ตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย ในช่วงปี 2520 – 2522 โดยใช้ดัชนีบุคคลัภย์ ปรากฏว่าทฤษฎีดังกล่าวสามารถอธิบายแนวโน้มของราคาหลักทรัพย์ในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยได้เป็นอย่างดี นั้นคือ ตามที่ทฤษฎีได้กล่าวไว้ว่า ในตลาดที่เกิดแนวโน้มหลักขาขึ้น (Primary Uptrend) ในแต่ละครั้งที่มีแนวโน้มรองขาลง (Intermediate Downtrend) จุดต่ำสุดของแนวโน้มรองครั้งหลังสุดจะต้องสูงกว่าแนวโน้มรองก่อนหน้านั้น ในทางกลับกัน การลงแต่ละครั้งของแนวโน้มรองจะมีจุดต่ำสุดของแนวโน้มรองครั้งก่อน ส่วนการเข้าซื้อของแนวโน้มรองในแต่ละครั้งจะมีจุดสูงสุดต่ำกว่าจุดสูงสุดของแนวโน้มรองครั้งก่อน ซึ่งจะถือว่าตลาดมีแนวโน้มหลักขาลง (Primary Downtrend) และใช้กฎเกณฑ์ในเรื่องจำนวนการซื้อขาย (Volume) มาช่วยยืนยันว่าตลาดอยู่ในแนวโน้มใด โดยในตลาดที่มีแนวโน้มหลักขาขึ้นจะมีปริมาณซื้อขายเปลี่ยนแปลงไปในทิศทางเดียวกันกับการเปลี่ยนแปลงของราคาหลักทรัพย์ นั้นคือปริมาณการซื้อขายที่จะเพิ่มขึ้นทุกครั้งที่ราคาหลักทรัพย์ปรับตัวสูงขึ้นและปริมาณการซื้อขายหลักทรัพย์จะลดลงเมื่อราคาของหลักทรัพย์ลดลง ส่วนในตลาดที่มีแนวโน้มขาลง การเปลี่ยนแปลงของปริมาณการซื้อขายหลักทรัพย์จะเปลี่ยนแปลงไปในทิศทางตรงกันข้าม

กับการเปลี่ยนแปลงของราคาหลักทรัพย์ นั้นคือ ปริมาณการซื้อขายหลักทรัพย์จะเพิ่มขึ้นทุกครั้งที่ราคาหลักทรัพย์ลดต่ำลง และปริมาณการซื้อขายหลักทรัพย์จะลดต่ำลงทุกครั้งที่ราคาของหลักทรัพย์เพิ่มขึ้น ดังนั้นถ้านักลงทุนยึดหลักการตามทฤษฎีดาวว์อย่างเคร่งครัดแล้วนั้น นักลงทุนจะสามารถสร้างกำไรได้จากส่วนต่างของราคาร (Capital Gain) ได้

รังสรรค์ หทัยเสรี (2539) ได้ทำการวิเคราะห์พฤติกรรมการเคลื่อนไหวของอัตราแลกเปลี่ยนของเงินบาทในช่วงที่ระบบอัตราแลกเปลี่ยนเป็นแบบตะกร้าเงิน โดยมีการนำเทคนิค Cointegration และ Vector Autoregressive มาประยุกต์ใช้ ได้แบ่งการทดสอบออกเป็นสองส่วน คือ ส่วนแรกจะเป็นการทดสอบสมมุติฐาน เพื่อดูว่าทฤษฎีการกำหนดอัตราแลกเปลี่ยนตามแนวคิดของ Purchasing Power Parity (PPP) นั้น สามารถนำมาใช้เป็นฐานสำหรับการอธิบายพฤติกรรมการเคลื่อนไหวของอัตราแลกเปลี่ยนของเงินบาทได้มากน้อยเพียงไร ซึ่งจากผลวิเคราะห์พบว่า ไม่มีหลักฐานทางสถิติอย่างเพียงพอที่ทำให้ยอมรับสมมุติฐานที่ว่า พฤติกรรมการเคลื่อนไหวของอัตราแลกเปลี่ยนของเงินบาทในรูปตัวเงิน (nominal exchange rate) สามารถอธิบายได้ด้วยอัตราเงินเฟ้อโดยเปรียบเทียบระหว่างไทยกับประเทศคู่ค้าสำคัญที่มีสกุลเงินอยู่ในระบบตะกร้าเงินของไทย ได้แก่ สหรัฐอเมริกา อังกฤษ ญี่ปุ่น เยอรมัน สิงคโปร์ และมาเลเซีย นอกจากนี้ยังพบว่าตัวแปรทางด้านอัตราแลกเปลี่ยนของเงินบาทในรูปตัวเงิน และทางด้านอัตราเงินเฟ้อโดยเปรียบเทียบระหว่างไทยกับประเทศคู่ค้าสำคัญต่างเป็นตัวแปรที่มีคุณสมบัติแบบ non-stationary สำหรับส่วนที่สองนั้น ได้ทำการทดสอบสมมุติฐานเพื่อตรวจสอบและเปรียบเทียบดูว่า ปัจจัยทางด้านการเงิน (monetary shocks) กับปัจจัยทางด้านภาคเศรษฐกิจจริง (real shocks) นั้น ปัจจัยใดมีน้ำหนักหรือความสำคัญมากกว่าในการอธิบายพฤติกรรมการเคลื่อนไหวของอัตราแลกเปลี่ยนที่แท้จริง (real exchange rate) ของเงินบาท ซึ่งได้เบี่ยงเบนไปจากแนวโน้มที่ควรจะเป็นตามทฤษฎี PPP ผลการวิเคราะห์ พบว่าปัจจัยทางด้านภาคเศรษฐกิจจริงจะสำคัญมากกว่าปัจจัยทางด้านภาคการเงินในการอธิบายพฤติกรรมของอัตราแลกเปลี่ยนที่แท้จริงของเงินบาท

เขมิกา ฤกษ์วันเพ็ญ (2547) ได้ทำการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างการส่งออกและการขยายตัวทางเศรษฐกิจของประเทศไทย โดยใช้วิธีแกรงเกอร์คอแซลลิตี้ (Granger Causality) เพื่อศึกษาความสัมพันธ์เชิงเป็นเหตุเป็นผลระหว่างอัตราการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจกับอัตราการขยายตัวของการส่งออกของประเทศไทย โดยใช้ข้อมูลทุติยภูมิแบบรายปีในช่วงปี พ.ศ.2512 – 2544 ในรูปลอกการิทึมและค่าที่แท้จริง และได้ทำการทดสอบ Unit Root หรืออันดับความสัมพันธ์ของข้อมูล เพื่อดูความนิ่งของข้อมูลด้วยวิธี Augmented Dickey-Full (ADF) Test แล้วจึงสร้าง

แบบจำลอง Vector Autoregression Model (VAR) โดยกำหนดช่วงเวลา (Lag Length) ด้วยวิธี Akaike Information Criterion (AIC) และ Schwarz Criterion (SC) โดยแบบจำลอง VAR ที่ได้จะมีช่วงเวลาเท่ากับ $p+d_{max}$ (โดยที่ p คือช่วงเวลาของระบบ และ d_{max} คือ Maximum Order of Integration) จากนั้นจึงทดสอบความสัมพันธ์เชิงเป็นเหตุเป็นผลด้วยวิธีแกรงเกอร์คอแซลลิตี้ โดยใช้ Modified – WALD statistic ที่พัฒนาโดย Toda และ Yamamoto (1995)

ผลการทดสอบ Unit Root ของตัวแปรโดยใช้วิธี Augmented Dickey-Full (ADF) Test พบว่าตัวแปรทุกตัวมี Order of Integration เดียวกัน คือ I(1) ต่อจากนั้นจึงสร้างแบบจำลอง VAR ได้จำนวนช่วงเวลาของระบบที่เหมาะสม คือ 5 และได้ VAR Order เท่ากับ 6 เมื่อนำแบบจำลองมาทดสอบแกรงเกอร์คอแซลลิตี้ เพื่อหาความสัมพันธ์เชิงเป็นเหตุเป็นผลระหว่างการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจและการส่งออก พบว่าปฏิเสธสมมติฐานหลักในกรณีที่การส่งออกไม่ได้เป็นตัวขับเคลื่อนการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95 % และปฏิเสธสมมติฐานหลักในกรณีที่การเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจไม่ได้เป็นตัวส่งเสริมการส่งออก ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% เช่นกัน โดยทั้งสองกรณีค่าสัมประสิทธิ์รวมมีค่าเป็นบวก หมายความว่า การส่งออกเป็นตัวขับเคลื่อนการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ ในขณะเดียวกันการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจก็ส่งเสริมการส่งออกด้วย นั่นคือ การส่งออกและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจส่งผลกระทบซึ่งกันและกัน (Bidirectional Causality) โดยความยืดหยุ่นของการส่งออกต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจมีค่าเท่ากับ 0.362 ในขณะที่ค่าความยืดหยุ่นของการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจต่อการส่งออกมีค่ามากถึง 2.726 นั่นแสดงให้เห็นว่าการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจมีส่วนช่วยผลักดันให้เกิดการส่งออกมากกว่าที่การส่งออกมีส่วนในการผลักดันการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ

วรพร บุญกล้า (2547) ได้ทำการศึกษาการวิเคราะห์ทางเทคนิคเพื่อพยากรณ์การเปลี่ยนแปลงของราคาหลักทรัพย์ในกลุ่มพลังงาน โดยใช้ข้อมูลราคาเปิดตลาดรายวันเป็นระยะเวลาทั้งหมด 3 ปีย้อนหลังตั้งแต่วันที่ 3 มกราคม พ.ศ. 2544 ถึง 31 ธันวาคม 2546 ผลการศึกษาพบว่าเครื่องมือวิเคราะห์ทางเทคนิคที่สามารถให้ผลตอบแทนเฉลี่ยสูงสุดอันดับ 1 ได้แก่ การใช้เส้น CCI อันดับ 2 ได้แก่ การใช้เส้นค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบแบบ Exponential ขนาด 25 วัน และอันดับ 3 ได้แก่การใช้เส้นค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบถ่วงน้ำหนักขนาด 75 วัน ส่วนการพิจารณาอัตราผลตอบแทนเฉลี่ยต่อครั้งที่ทำการซื้อขายในช่วงระยะเวลา 3 ปี พบว่า เครื่องมือที่ให้ผลตอบแทนเฉลี่ยต่อครั้งที่ทำการซื้อขายสูงสุดอันดับ 1 คือ การใช้เส้น Larry William %R อันดับ 2 ได้แก่ การใช้เส้น CCI และอันดับ 3 ได้แก่ การใช้เส้นค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อย่างง่ายขนาด 75 วัน และจากการศึกษาโดยคูณน้ำหนักกับจำนวนครั้งในแต่ละเครื่องมือเพื่อหาประสิทธิภาพสูงสุดในการคาดคะเนการเคลื่อนไหวของราคา

หลักทรัพย์ในกลุ่มพลังงานทั้งหมด 11 หลักทรัพย์ โดยผลลัพธ์ที่ออกมา มี 4 รูปแบบ คือ ผลตอบแทน อัตราผลตอบแทนต่อปี อัตราผลตอบแทนเฉลี่ยต่อครั้ง และมูลค่าที่คาดหวังที่ลงทุน พบว่า เครื่องมือที่มีประสิทธิภาพที่สุดส่วนใหญ่จะอยู่ในกลุ่มค่าดัชนี CCI การใช้ค่าเคลื่อนที่แบบธรรมดา (Simple Moving Average : SMA) และค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบ Exponential (Exponential Moving Average : EMA) แสดงว่าพฤติกรรมหลักทรัพย์ในกลุ่มพลังงานเป็นแบบผันผวน ราคาหุ้นขึ้นแรงและลงแรง เหมาะสำหรับการลงทุนแบบใช้ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อย่างง่าย ซึ่งเป็นการลงทุนในแบบระยะสั้น และมีพฤติกรรมหุ้นเป็นแบบวัฏจักร

สุธาสินี พลอยองุ่นศรี (2548) ทำการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างราคาและปริมาณการซื้อขายของหลักทรัพย์กลุ่มสื่อสารในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย โดยวิธีโคอินทิเกรชัน โดยทำการศึกษาหลักทรัพย์จำนวน 6 หลักทรัพย์ ได้แก่ บริษัทแอดวานซ์ อินโฟร์ เซอร์วิส จำกัด (มหาชน) บริษัทชิน คอร์ปอรเรชั่น จำกัด (มหาชน) บริษัทยูไนเต็ด คอมมูนิเคชั่น อินดัสตรี จำกัด (มหาชน) บริษัททรู คอร์เรชั่น จำกัด (มหาชน) บริษัททีแอนด์ที จำกัด (มหาชน) และบริษัทชินแซทเทลไลท์ จำกัด (มหาชน) โดยใช้ข้อมูลรายสัปดาห์ ในช่วงระยะเวลา 6 ปี ตั้งแต่วันที่ 4 มกราคม 2542 ถึงวันที่ 30 ธันวาคม 2547 รวมทั้งสิ้น 313 สัปดาห์ ผลการทดสอบพบว่าราคาหลักทรัพย์และปริมาณการซื้อขายหลักทรัพย์มีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะยาว การทดสอบความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะสั้น และความเป็นเหตุเป็นผล พบว่าหลักทรัพย์ SHIN, UCOM, TT&T และ SATTEL มีความสัมพันธ์สองทิศทางระหว่างราคาและปริมาณการซื้อขายหลักทรัพย์ทั้งในระยะสั้นและระยะยาว ส่วนหลักทรัพย์ TRUE พบว่ามีความสัมพันธ์สองทิศทางระหว่างราคาและปริมาณการซื้อขายหลักทรัพย์ในระยะสั้น ส่วนในระยะยาวมีความสัมพันธ์ทางเดียวจากราคาหลักทรัพย์ไปสู่ปริมาณการซื้อขายหลักทรัพย์ ส่วนหลักทรัพย์ ADVANC พบว่าในระยะยาราคาและปริมาณการซื้อขายหลักทรัพย์มีความสัมพันธ์สองทิศทาง ส่วนในระยะสั้นราคาและปริมาณการซื้อขายหลักทรัพย์ไม่มีความสัมพันธ์กัน

รุจกร ผลเพิ่ม (2549) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างอัตราดอกเบี้ยกับดัชนีราคาหลักทรัพย์หมวดอุตสาหกรรมของตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย โดยวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะยาว (Cointegration) และการปรับตัวในระยะสั้น (Error Correction) ของข้อมูลดัชนีราคาหลักทรัพย์หมวดธุรกิจการเกษตร หมวดธนาคาร หมวดพาณิชย์ หมวดสื่อสาร หมวดวัสดุก่อสร้างและเครื่องตกแต่ง หมวดพลังงาน หมวดเงินทุนและหลักทรัพย์ หมวดเคมีภัณฑ์และพลาสติก และหมวดขนส่ง โดยใช้ข้อมูลทุติยภูมิแบบรายสัปดาห์ตั้งแต่ 6 มกราคม 2541 ถึง 27 ธันวาคม 2548

ผลการทดสอบความนิ่งของข้อมูล พบว่าข้อมูลมี Order of Integration ที่ระดับ I(1) และเมื่อทำการทดสอบความสัมพันธ์ระยะยาวพบว่า ส่วนที่เหลือจากสมการถดถอย (Residuals) ในการทดสอบการร่วมไปด้วยกันของอัตราดอกเบี้ยและดัชนีราคาหลักทรัพย์หมวดหมวดอุตสาหกรรมมีลักษณะนิ่งที่ Order of Integration ที่ระดับ I(0) แสดงว่าอัตราดอกเบี้ยและดัชนีราคาหลักทรัพย์หมวดอุตสาหกรรมมีลักษณะของความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะยาว (Cointegration) ยกเว้นราคาหลักทรัพย์หมวดธุรกิจการเกษตร หมวดพาณิชย์ หมวดวัสดุก่อสร้างและเครื่องตกแต่ง หมวดพลังงาน หมวดเคมีภัณฑ์และพลาสติก และหมวดขนส่ง

ผลการทดสอบการปรับตัวระยะสั้น (ECM) กรณีอัตราดอกเบี้ยเป็นตัวแปรอิสระและดัชนีราคาหลักทรัพย์หมวดอุตสาหกรรมเป็นตัวแปรตาม พบว่ามีการปรับตัวในระยะสั้น ยกเว้นกรณีของดัชนีราคาหลักทรัพย์หมวดสื่อสารที่ไม่มีการปรับตัวในระยะสั้นเพื่อเข้าสู่ดุลยภาพในระยะยาว และการทดสอบในทางกลับกัน พบว่ามีการปรับตัวในระยะสั้นยกเว้นกรณีของดัชนีราคาหลักทรัพย์หมวดธุรกิจ การเกษตร หมวดพาณิชย์ หมวดสื่อสาร หมวดวัสดุก่อสร้างและเครื่องตกแต่ง หมวดพลังงาน หมวดเคมีภัณฑ์และพลาสติก และหมวดขนส่งที่ไม่มีการปรับตัวเข้าสู่ดุลยภาพในระยะยาว