บทที่ 2

ทฤษฎีและผลงานการวิจัย

ในการศึกษาครั้งนี้ประกอบด้วยแนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการพยากรณ์ราคาหลักทรัพย์และผลการวิจัยที่สามารถนำมาใช้เป็นแนวทางในการดำเนินงานวิจัยฉบับนี้ได้ โดยมีรายละเอียดดังนี้

2.1 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการศึกษา

Francis X. Diebold (2001) ได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับการพยากรณ์และประโยชน์ในการนำไปใช้ คือ การพยากรณ์สร้างขึ้นมาเพื่อเป็นเครื่องมือในการตัดสินใจซึ่งมีประโยชน์มากมายดังต่อไปนี้

การ รพยากรณ์ใช้สำหรับการวางแผนงานและควบคุมการดำเนินงานของธุรกิจในด้านการพยากรณ์ยอดขายช่วยในการตัดสินใจเกี่ยวกับการจัดการด้านสินค้าคงคลังและแผนงานการผลิต ซึ่งดีพอๆกับกลยุทธ์การวางแผนแนวผลิตภัณฑ์ การเข้าสู่ตลาดใหม่ หน่วยธุรกิจจะใช้การพยากรณ์ช่วยพยากรณ์ยอดขายในอนาคตและพยากรณ์ต้นทุนปัจจัยการผลิตในอนาคต

การเก็งกำไรในตลาดการเงิน นักเก็งกำไรในสินทรัพย์จะสนใจในการพยากรณ์ผลตอบแทนของสินทรัพย์(ผลตอบแทนของต้นทุน, อัตราดอกเบี้ย, อัตราแลกเปลี่ยน, และราคาของสินค้า) และได้มีข้อโต้แย้งที่ไม่สิ้นสุดเกี่ยวกับความสำเร็จของการพยากรณ์ผลตอบแทนของสินทรัพย์นั้นว่า ยากเกินที่จะพยากรณ์ได้เพราะถ้าหากการพยากรณ์ทำได้โดยง่ายแล้วทุกคนก็จะรวยได้อย่างรวดเร็ว เครื่องมือของการพยากรณ์นั้นก่อให้เกิดความสำเร็จเพียงเล็กน้อยในตลาดเงินแต่จะสร้างประโยชน์จากการใช้เทคนิคและประสบการณ์ใหม่ๆ ได้

ทรงศิริ แต้สมบัติ (2545) ได้กล่าวถึงความจำเป็นที่ต้องพยากรณ์ไว้ดังนี้ การพยากรณ์ หมายถึง การคาดคะเน หรือการทำนายการเกิดของเหตุการณ์หรือสภาพการณ์ต่างๆในอนาคต โดยการ

พยากรณ์จะทำการศึกษาแนวโน้มและรูปแบบการเกิดของเหตุการณ์ หรือจากสภาพการณ์ของข้อมูลในอดีตและ /หรือใช้ความรู้ ความสามารถ ประสบการณ์ และวิจารณญาณของผู้พยากรณ์ การพยากรณ์มีความจำเป็นอย่างยิ่งต่อการวางแผน และการตัดสินใจเกี่ยวกับการดำเนินงานของบุคคลทุกอาชีพ ไม่ว่าองค์กรนั้นจะเล็กหรือใหญ่ องค์กรของรัฐหรือเอกชน หากนักวางแผนหรือผู้ตัดสินใจในองค์กรทราบว่าเหตุการณ์หรือสภาพการณ์ใดจะเกิดขึ้นหรืออาจจะเกิดขึ้นในอนาคตด้วยความเชื่อมั่นระดับหนึ่งจะทำให้การวางแผนหรือการตัดสินใจในการดำเนินงานเป็นไปได้อย่างถูกต้อง อย่างไรก็ตามการเกิดเหตุการณ์หรือสภาพการณ์หนึ่งเป็นการเกิดภายใต้ความไม่แน่นอน ดังนั้นการพยากรณ์ที่ให้ความถูกต้องสูงจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่ง

สมเกียรติ เกตุเอี่ยม (2546) ได้ให้ความหมายและความสำคัญของการพยากรณ์ไว้ดังนี้ การพยากรณ์(Forecasting) หมายถึง การคาดคะเนหรือการทำนายการเกิดเหตุการณ์หรือสภาพการณ์ต่างๆในอนาคต โดยอาศัยข้อมูล ประสบการณ์ความรู้ความสามารถของผู้พยากรณ์ที่เกิดขึ้นในอดีตมาศึกษาถึงแนวโน้มหรือรูปแบบของการเกิดเหตุการณ์ในอนาคต การพยากรณ์มีบทบาทสำคัญอย่างมากในการวางแผนและการตัดสินใจเกี่ยวกับการดำเนินงานของบุคคลทุกอาชีพและขององค์กรต่างๆเช่น การวางแผนเกี่ยวกับลูกค้า การส่งออก การเกษตร การสาธารณสุข ทั้งนี้เพราะว่าการวางแผนและการตัดสินใจต่างก็เกี่ยวข้องกับเหตุการณ์ในอนาคต ซึ่งโดยทั่วไปเหตุการณ์ในอนาคตเป็นสิ่งที่ควบคุมไม่ได้ เพราะฉะนั้นการพยากรณ์เหตุการณ์ต่างๆในอนาคตจึงมีความจำเป็นอย่างมากสำหรับผู้บริหารจะนำมาใช้เป็นเครื่องมือในการวางแผนและการตัดสินใจ อีกประการหนึ่งในปัจจุบันนี้เป็นยุคโลกาภิวัฒน์มีการพัฒนาข้อมูลข่าวสารด้านสารสนเทศและเทคโนโลยีกันมากขึ้น การวางแผนและการตัดสินใจในการดำเนินธุรกิจต่างๆจะมีความซับซ้อนมากขึ้น การพยากรณ์ย่อมเข้ามีบทบาทมากขึ้นในทุกวันนี้

2.2 กรอบแนวคิด

2.2.1 การวิเคราะห์อนุกรมเวลา (Time Series Analysis)

การวิเคราะห์อนุกรมเวลา (Time Series) เป็นข้อมูลหรือค่าสังเกตที่มีการเปลี่ยนแปลงตามลำดับเวลาที่เกิดขึ้น หรือการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรในช่วงเวลาที่ผ่านไป ลักษณะของการเปลี่ยนแปลงอาจมีหรือไม่มีรูปแบบก็ได้ แต่ถ้าอนุกรมเวลาแสดงให้เห็นรูปแบบการเปลี่ยนแปลงใน

ช่วงเวลาที่ผ่านมาในอดีตก็จะทำให้สามารถคาดการณ์ได้ว่าในอนาคตลักษณะการเปลี่ยนแปลงควรอยู่ในรูปแบบใด และสามารถพยากรณ์การเปลี่ยนแปลงข้อมูลในอนาคตได้ การวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลานี้จะขึ้นอยู่กับการเปลี่ยนแปลงของเวลาในอดีตเป็นพื้นฐาน (ศิริลักษณ์ เล็กสมบูรณ์, 2531)

2.2.2 การทดสอบความนิ่งของข้อมูล (Stationary) และการทดสอบ Unit Root

การทดสอบว่าข้อมูลที่นำมาศึกษามีความนิ่งหรือไม่ สามารถทำได้โดยการทดสอบ Unit Root ซึ่งทำได้โดยใช้การทดสอบ DF (Dickey – Fuller Test) ซึ่งเสนอโดย Dickey และ Fuller ในปี 1981 และวิธีการทดสอบ ADF (Augmented Dickey – Fuller Test) ซึ่งเสนอโดย Said และ Dickey ในปี 1984

ข้อมูลที่มีลักษณะนิ่ง (Stationary) หมายถึง ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีค่าเฉลี่ย (Mean) และความแปรปรวน (Variance) เท่ากันตลอดระยะเวลาที่ศึกษา

ส่วนข้อมูลที่มีลักษณะไม่นิ่ง (Non-Stationary) หมายถึง ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีค่าเฉลี่ย (Mean) และความแปรปรวน (Variance) ไม่เท่ากันตลอดระยะเวลาที่ศึกษาทั้งนี้การวิเคราะห์ข้อมูลที่เป็นอนุกรมเวลา ส่วนมากจะพบปัญหาความไม่นิ่งของข้อมูล ซึ่งสามารถแก้ไขได้ด้วยการทำให้ข้อมูลLogarithm หรือการทดสอบหาความสัมพันธ์ของตัวแปรในระยะยาว (Cointegration) เป็นต้น

ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่ง(Stationary) คือ ข้อมูลที่ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของกระบวนการเชิงสุ่มนั้นมีค่าคงที่เมื่อเวลาได้เปลี่ยนไป และค่าความแปรปรวนระหว่างสองคาบเวลาขึ้นอยู่กับความล่า Lag ระหว่างคาบเวลาทั้งสอง โดยสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้ (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และ อารี วิบูลย์พงศ์, 2542)

ค่าเฉลี่ย (mean) : $E\left(X_t\right)$ = constant = μ

ความแปรปรวน (variance) : $V\left(X_t\right)$ = constant = σ^2

ความแปรปรวนร่วม(covariance) : $COV\left(X_{t,}X_{t+k}\right)=E\left(X_t-\mu\right)\left(X_{t+k}-\mu\right)=\sigma_k-\mu$

โดยที่ X_t แทนข้อมูลอนุกรมเวลาซึ่งเป็นกระบวนการเชิงสุ่ม

ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่เป็นอนุกรมเวลานั้น ข้อมูลจะต้องมีลักษณะนิ่ง เนื่องจากข้อมูลอนุกรมเวลานั้นมาจากกระบวนการเชิงสุ่ม (random process) การนำข้อมูลอนุกรมเวลาไปใช้โดยไม่ได้ทำการตรวจสอบว่าข้อมูลมีลักษณะนิ่งนั้น ค่าสถิติที่เกิดขึ้นจะมีการแจกแจงไม่มาตรฐาน (standard distributions) ทำให้นำไปสู่การลงความเห็นที่ผิดพลาดและความสัมพันธ์ที่ไม่แน่จริง (spurious regression) กล่าวคือ R^2 มีค่าสูงมากและได้ค่าสถิติ t- test มีนัยสำคัญหรือสูงเกินกว่าความเป็นจริง

ในการใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาจึงต้องทำการทดสอบว่าข้อมูลที่นำมาใช้มีลักษณะนิ่งหรือไม่ ซึ่งจะใช้การทดสอบ Unit Root โดยในการศึกษานี้จะพิจารณาด้วยวิธีของ Dickey-Fuller คือ DF (Dickey-Fuller Test), ADF (Augmented Dickey-Fuller Test) และ วิธีของ Phillip-Perron หรือ PP test ซึ่งกำหนดในสมการ

(1) วิธีของ Dickey-Fuller คือ DF (Dickey-Fuller Test), ADF (Augmented Dickey-Fuller Test) กำหนดในสมการ (2.1)

$$X_t = \rho X_{t-1} + \varepsilon_t \tag{2.1}$$

โดยกำหนดสมมติฐานหลัก $H_0: \rho = 1$

และสมมติฐานรอง $H_1: |\rho| < 1$

ถ้ายอมรับ H_0 แสดงว่าข้อมูลมีลักษณะไม่นิ่ง แต่ถ้าปฏิเสธ H_0 แสดงว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่ง และจากสมการ (2.1) สามารถแปลงเป็นสมการได้ดังต่อไปนี้คือ

กรณีไม่มีค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $\Delta X_t = \theta X_{t-1} + \varepsilon_t$ (2.2)

กรณีมีค่าคงที่ $\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \varepsilon_t$

(2.3)

กรณีมีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $\Delta X_t = \alpha + \beta t + \theta X_{t-1} + \varepsilon_t$ (2.4)

โดยกำหนดสมมติฐานหลัก $H_0 : \theta = 0$

และสมมติฐานรอง $H_1 : \theta < 0$

การยอมรับ H_0 แสดงว่าข้อมูลมีลักษณะไม่นิ่ง แต่ถ้าปฏิเสธ H_0 แสดงว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่ง นอกจากนี้ ถ้าสมการ (2.2) (2.3) และ (2.4) เข้าสู่ Autoregressive Process จะได้สมการดังนี้

กรณีไม่มีค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_i \Delta X_{t-i} + e_t \qquad (2.5)$$

กรณีมีเฉพาะค่าคงที่ $$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_i \Delta X_{t-i} + e_t \qquad (2.6)$$

กรณีมีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $$\Delta X_t = \alpha + \beta t + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_i \Delta X_{t-i} + e_t \qquad (2.7)$$

(2) วิธี Phillips-Perron หรือ PP test พัฒนาวิธีการศึกษา Unit Root จาก Dicey-Fuller โดยมีสมมติฐานเกี่ยวกับการกระจายค่าความคลาดเคลื่อน (Distribution of the errors) ซึ่งทฤษฎีนี้สนับสนุนการทดสอบของ Dickey-Fuller มีสมมติฐานค่าความคลาดเคลื่อนไม่ขึ้นกับค่าสถิติ (Statistically independent) และมีค่าความแปรปรวนคงที่ (Constant Variance) ซึ่งในการใช้วิธีการศึกษานี้ต้องมั่นใจว่า error terms ไม่มีสหสัมพันธ์ (uncorrelated) และมีค่าความแปรปรวนคงที่

โดยพิจารณาสมการ Regression ดังนี้

$$y_t = a_0^* + a_1^* y_{t-1} + \mu_t \qquad (2.8)$$

และ

$$y_t = \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 y_{t-1} + \tilde{a}_2 (t - T/2) + u_t \qquad (2.9)$$

เมื่อ T คือ จำนวนข้อมูล

μ_t คือ distributed term

$E\mu_t = 0$ สมมติฐานของ Dickey-Fuller นั้น disturbance term ต้องเป็น Independent และ Homogeneous แต่การทดสอบของ Phillips-Perron กำหนดให้ disturbance เป็น weakly dependent และ Heterogeneous

จากสมการ ที่ (2.9) แทน $\tilde{a}_0$ ด้วย μ แทน $\tilde{a}_0$ ด้วย α และ $\tilde{a}_2$ ด้วย β จะได้

$$y_t = \mu + \beta(t - T/2) + \alpha y_{t-1} + u_t \qquad (2.10)$$

เมื่อ μ, α และ β เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของ least-square regression

การทดสอบค่าสัมประสิทธิ์ทางสถิติของสมการถดถอยภายใต้วิธีของ Phillips-Perron นั้นข้อมูลจะถูกสร้างจากสมการ

$$y_t = y_{t-1} + \mu_t$$

ให้ $\tau_\mu, \tau_\alpha, \tau_\beta$ เป็นการทดสอบค่าสถิติของการทดสอบแบบ t(t-statistics) สำหรับสมมติฐานหลักคือ $\mu = 0, \alpha = 1, \beta = 0$ ซึ่งก็คือ $\tilde{a}_0 = 0, \tilde{a}_1 = 1, \tilde{a}_2 = 0$ ดังนั้นค่าสถิติของ Phillips-Perron คือ

$$Z(t_\alpha) = \left(\tilde{S}/\tilde{\sigma}_{T\omega}\right)t_\alpha - \left(T^3/4\sqrt{3}D_x^{1/2}\,\tilde{\sigma}_{T\omega}\right)\left(\tilde{\sigma}^2_{T\omega} - \tilde{S}^2\right) \qquad (2.11)$$

$$Z(t_\mu) = \left(\tilde{S}/\tilde{\sigma}_{T\omega}\right)t_\mu - \left(T^3/24D_x^{1/2}\,E_x\tilde{\sigma}_{T\omega}\right)\left(\tilde{\sigma}^2_{T\omega} - \tilde{S}^2\right)\left(T^{-3/2}\sum y_{t-1}\right) \qquad (2.12)$$

$$Z(t_\beta) = \left(\tilde{S}/\tilde{\sigma}_{T\omega}\right)t_\beta - \left(T^3/2D_x^{1/2}\,\tilde{\sigma}_{T\omega}\right)^{-1/2}\left[T^{-2}\sum\left(y_{t-1} - \bar{y}_{-1}\right)^2\right]^{-1/2}$$
$$\left(\tilde{\sigma}^2_{T\omega} - \tilde{S}^2\right)\left[(1/2)T^{-3/2}\sum y_{t-1} - T^{-5/2}\sum t y_{t-1}\right] \qquad (2.13)$$

เมื่อ $D_x = \det(X'X)$ คือ determinant ของเมตริกซ์ X

$\tilde{S}$ คือ Standard error ของสมการถดถอย และ ω คือจำนวนการประมาณค่าของ Autocorrelations

$$\tilde{\sigma}^{2}_{T\omega} = T^{-1}\sum_{1}^{T} u_1^2 + 2T\sum_{s=1}^{1}\sum_{t=s+1}^{T} u_t u_{t=s} \tag{2.14}$$

ทั้ง $\tilde{s}^2$ และ $\tilde{\sigma}^{2}_{T\omega}$ เป็นการประมาณค่าของ $\sigma_{\mu}^2 = \lim_{T\to\alpha} E\left(u_T^2\right)$ และ $\sigma^2 = \lim_{T\to\alpha} E\left(T^{-1}s_T^2\right)$

เมื่อ $s_T = \sum u_t$ และผลรวมทั้งหมดมากกว่า 1

สำหรับ Joint hypothesis $\beta = 0$ และ $\alpha = 1$ ใช้ค่าสถิติ $\mathrm{Z}(\Phi_3)$ ดังนี้

$$\mathrm{Z}(\Phi_3) = \left(S^2/\sigma_{T\omega}^2\right)\Phi_3 - \left(1/2\sigma_{T\omega}^2\right)\left(\sigma_{T\omega}^2 - S^2\right)\left[T(\alpha-1) - \left(T^6/48D_x\right)\left(\sigma_{T\omega}^2 - S^2\right)\right] \tag{2.15}$$

ถ้าไม่มีการนำ Trend มาคำนวณในสมการถดถอยด้วย สมมติฐานของ $\alpha = 1$ จะเป็น

$$Z\left(ta_1^{\bullet}\right) = Z\left(t\alpha^{*}\right) = \left(S/\sigma_{T\omega}\right)t\alpha^{\bullet} - \left(1/2\sigma_{T\omega}\right)\left(\sigma_{T\omega}^2 - S^2\right)\left[T^{-2}\sum\left(y_{t-1} - Y_{-1}\right)^2\right]^{-1/2} \tag{2.16}$$

และ

$$Y_{-1} = T^{-1}\sum_{t=1}^{T} y_{t-1} \tag{2.17}$$

ค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานคือ

$Z\left(ta_1^{*}\right)$ ใช้ในการทดสอบสมมติฐานว่า $a_1^{*} = 1$

$Z\left(t\tilde{a}_1\right) = Z(t\alpha)$ ใช้ในการทดสอบสมมติฐานว่า $\tilde{a}_1 = \alpha = 1$

$Z\left(t\tilde{a}_2\right) = Z(t\beta)$ ใช้ในการทดสอบสมมติฐานว่า $\tilde{a}_2 = \beta = 0$

$Z(\phi_3)$ ใช้ในการทดสอบสมมติฐานว่า $\tilde{a}_1 = 1 = \alpha$ และ $\tilde{a}_2 = 0 = \beta$

ค่าวิกฤติสำหรับค่าสถิติของ Phillips-Perron เปรียบเทียบกับการทดสอบของ Dickey-Fuller ได้ดังนี้ ค่าวิกฤติสำหรับ $Z(ta_1^*)$ และ $Z\left(t\tilde{a}_1\right)$ คือ τ_μ และ τ_τ ของ Dickey-Fuller และค่าวิกฤติสำหรับ $Z(\phi_-)$ คือค่าสถิติ ϕ_3 ของ Dickey-Fuller

2.2.3 การเลือกแบบจำลองที่เหมาะสมจากการทดสอบ Unit Root โดยการทดสอบสัมประสิทธิ์ของการถดถอย (Deterministic Regressors)

เป็นการทดสอบว่า แบบจำลองใดเป็นแบบจำลองที่เหมาะสมที่สุดระหว่างกรณีของแบบจำลองที่ไม่มีค่าคงที่และแนวโน้มเวลา (None) แบบจำลองที่มีค่าคงที่ (Intercept) และแบบจำลองที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา (Trend and Intercept) โดยการทดสอบการมีนัยสำคัญทางสถิติของสัมประสิทธิ์ของตัวถดถอย (ค่าคงที่หรือค่าแนวโน้มเวลา) โดยขั้นตอนการทดสอบดังนี้ (ปิยนุช เรืองขจร, 2550)

ขั้นตอนที่ 1 เริ่มการทดสอบจากแบบจำลองกรณีที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลาตามสมการต่อไปนี้

$$\Delta Y_t = a_0 + \gamma Y_{t-1} + a_{2t} + \sum \beta_i \Delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{2.18}$$

ทำการทดสอบสมมุติฐานว่าง $H_0 : \gamma = 0$ โดยใช้ τ_τ statistic ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมุติฐานว่าง แสดงว่า ข้อมูล Y_t มีลักษณะนิ่งแล้ว และเลือกใช้แบบจำลองที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา

ขั้นตอนที่ 2 ถ้าเกิดการยอมรับสมมติฐานว่างในขั้นตอนที่ 1 แสดงว่าในแบบจำลองดังกล่าวมีตัวถดถอยที่ไม่จำเป็นอยู่ในสมการ ซึ่งอาจทำให้อำนาจการทดสอบของสมการลดลง ดังนั้น จึงต้องมีการทดสอบความมีนัยสำคัญทางสถิติของค่าแนวโน้ม (a_{2t}) ที่อยู่ในสมการ โดยการทดสอบสมมติฐานว่า $\mathrm{H_0 : a_2 = \gamma = 0}$ โดยใช้ ϕ_3 statistic ถ้าค่าสัมประสิทธิ์ของค่าแนวโน้มไม่มีนัยสำคัญทางสถิติให้ข้ามไปขั้นตอนที่ 3 อย่างไรก็ตามถ้าค่าสัมประสิทธิ์ของค่าแนวโน้มมีนัยสำคัญ

ทางสถิติให้ทำการทดสอบความไม่นิ่งของข้อมูลอีกครั้งโดยใช้ การแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน (standardized normal distribution) ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมติฐานว่าแสดงว่า ข้อมูล y_t มีลักษณะนิ่งแล้วและเลือกใช้แบบจำลองที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลาแต่ถ้าเกิดการยอมรับสมมติฐานว่างแสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะไม่นิ่ง

ขั้นตอนที่ 3 ทำการประมาณค่าแบบจำลองตามสมการ (2.18) ที่ปราศจากค่าแนวโน้มเวลาและทดสอบ unit root โดยใช้ τ_μ statistic ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมติฐานว่างแสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะนิ่งแล้วและเลือกใช้แบบจำลองที่ปราศจากค่าแนวโน้มเวลา แต่ถ้าเกิดการยอมรับสมมติฐานว่างให้ทำการทดสอบความไม่นิ่งของข้อมูลอีกครั้งโดยใช้ การแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน (Standardized normal distribution) ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมติฐานว่างแสดงว่า ข้อมูล y_t มีลักษณะนิ่งแล้วและเลือกใช้แบบจำลองที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลาแต่ถ้าเกิดการยอมรับสมมติฐานว่างแสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะไม่นิ่ง

ขั้นตอนที่ 4 ทำการประมาณค่าแบบจำลองตามสมการ (2.18) ที่ปราศจากค่าแนวโน้มเวลาและค่าคงที่ และทดสอบ Unit root โดยใช้ τ statistic ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมติฐานว่าง แสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะนิ่งแล้วและเลือกใช้แบบจำลองที่ปราศจากค่าแนวโน้มเวลาและค่าคงที่แต่ถ้าเกิดการมีความนิ่งเสียก่อน โดยอาจใช้วิธีการหาผลต่าง (Difference) ของข้อมูล การแปลงให้อยู่ในรูปยอมรับสมติฐานว่าง แสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะไม่นิ่ง

2.2.4 Long Memory Test

Long memory จะใช้ได้กับข้อมูลที่ทำการศึกษาซึ่งมีปัญหาสหสัมพันธ์ของตัวคลาดเคลื่อน (Autocorrelation) แสดงให้เห็นระหว่าง Observations ที่ไม่เป็นอิสระต่อกันสูงและไม่ต่อเนื่อง ปัญหา Autocorrelation ใน Long Memory จะสอดคล้องกับหลักการ stationaryแต่ใช้ในระยะที่ไกลกว่าคือเป็นข้อมูลที่ไม่มีประสิทธิภาพ ซึ่งจะเกี่ยวข้องกับ Stationary ARMA การกำหนดปัญหา Autocorrelation ระหว่าง Observations ที่ t และObservations ที่ t-j เช่นเดียวกับ ρ_j คุณสมบัติของ Long Memory มีดังนี้

$$\lim_{t\to\infty}\sum_{j=-t}^{t}\left|\rho_j\right| = \infty \qquad (2.19)$$

กระบวนการ Fractionally integrated คือกระบวนการ long memory ที่ทำให้เกิดคุณสมบัติในสมการที่ (2.19) มีความเป็นไปได้ที่จะเกิดในรูป y_t ได้ดังนี้

$$(1-L)^d y_t = u_t \qquad (2.20)$$

โดยที่ d ไม่ใช่จำนวนเต็มและแสดงถึงอนุกรมบางส่วนของผลต่าง (Integration) และ L คือความล่า (lag operetor)

สำหรับค่า d ที่น้อยกว่า $\frac{1}{2}$ และเป็นบวก จะสรุปได้ว่า y_t ใน long memory ปัญหา Autocorrelation มีความสัมพันธ์ไปในทิศทางบวกและแสดง hyperbolic rate of decay

สำหรับ $-\frac{1}{2}<$ d <0 วิธี short memory ในสมการที่ (2.19) สามารถเขียนในรูปแบบในสมการที่ (2.20) ได้ซึ่งกระบวนการ fractionally integrated เป็นการหาค่ากลางระหว่าง I(0) และ I (1)

Joyeux Granger (1980) และ Hosking (1981) ได้แปลงสมการที่ (2.20) เป็นดังนี้

$$(1-L)^d (y_t-\mu) = \varepsilon_t \qquad (2.21)$$

กำหนดให้ i คือกระบวนการ y_t, $\mathrm{E}(\varepsilon_t)=0$, $\mathrm{E}(\varepsilon_t^2)=\sigma^2$ และ $\mathrm{E}(\varepsilon_t\varepsilon_s)=0$ โดยที่ $s\neq t$

จากสมการที่ (2.21) เมื่อใช้ fractional white noise process และการ fractional difference $(1-L)^d$ เขียนได้ดังนี้

$$(1-L)^d = \sum_{j=0}^{\infty}\frac{\Gamma(j-d)L^j}{\Gamma(j+1)\Gamma(-d)} \qquad (2.22)$$

โดยที่ $\Gamma(.)$ สัญลักษณ์มาตรฐานของ gamma function

ฟังก์ชัน autocorrelation ของสมการที่ (2.21) ที่ lag j เท่ากับ

$$\rho_j = \frac{\Gamma(j+d)\Gamma(1-d)}{\Gamma(j-d)\Gamma(d)} \tag{2.23}$$

Asymptotic approximation จากสมการที่ (2.23) ได้

$$\rho_j \approx cj^{2d-1}$$

$$c = \frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)} \tag{2.23a}$$

เพราะฉะนั้นสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ (Autocorrelation coefficient) ทำให้เกิด slow hyperbolic decay สำหรับ j ที่มีขนาดใหญ่ (Celso Brunetti,1999)

2.2.5 แบบจำลอง The Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average (ARFIMA)

แบบจำลองอนุกรมเวลาในรูปแบบ ARIMA Model โดยวิธีของ Box-Jenkins แบบจำลองอารีม่า (ARIMA) มักใช้กับอนุกรมเวลาเชิงฤดูกาล (seasonal time series) ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการความสัมพันธ์ของอนุกรมเวลาได้ดังนี้

$$\phi(\mathrm{B})\Phi(\mathrm{B}^s)(1-\mathrm{B})^d(1-\mathrm{B}^s)^D Z_t = \theta(\mathrm{B})\rho(\mathrm{B}^s)a_t \tag{2.24}$$

โดย B = backshift operator $\mathrm{B}_{zt} - \mathrm{Z}_{t-1}$

S = ระยะเวลาตามฤดูกาล (seasonal period)

$\phi(\mathrm{B})$ = $(1-\phi_1\mathrm{B}-.....-\phi_p\mathrm{B}^p)$ รูปแบบถดถอยในตัวเองที่ไม่ใช่เชิงฤดูกาล (non-seasonal AR operator)

$\phi(\mathrm{B}^s)$ = $(1-\Phi_1\mathrm{B}^s-.....-\Phi_p\mathrm{B}^s)$ รูปแบบถดถอยในตัวเองเชิงฤดูกาล (seasonal AR operator)

$\Phi(B) = (1-\theta_1 B - ..... - \theta_Q B^{Qs})$ การเคลื่อนที่ของความคลาดเคลื่อนที่ไม่ใช่เชิงฤดูกาล (non-seasonal moving average (MA))

$\rho(B) = (1-\rho_1 B^s - ..... - \rho_Q B^{Qs})$ การเคลื่อนที่ของความคลาดเคลื่อนเชิงฤดูกาล (seasonal moving average (MA))

$(1-B)^d(1-B^s) =$ อนุพันธ์ที่ไม่ใช่เชิงฤดูกาลของ d และอนุพันธ์เชิงฤดูกาลของ D

แบบจำลอง ARFIMA ได้เสนอโดย Granger และ Joyeux (1980) ต่อมา Hosking (1981) ได้ใช้แบบจำลองนี้กับข้อมูลชุดความจำระยะยาว (long memory) ซึ่งแบบจำลอง ARFIMA(p,d,q) สามารถเขียนสมการความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\phi(\beta)\Delta^d y_t = \delta + \theta(\beta)\varepsilon_t \tag{2.25}$$

กับ

$$\phi(\beta) = 1 - \phi_1\beta - \phi_2\beta^2 - ... - \phi_p\beta^p \tag{2.26}$$

และ

$$\phi(\beta) = 1 - \phi_1(\beta) - \phi_2(\beta)^2 - ... - \phi_q(\beta)^q \tag{2.27}$$

โดย

δ = ค่าคงที่

$\theta(\beta)$ = การเคลื่อนที่ของความคลาดเคลื่อนที่ของ q

ε_t = error term ของสมการ

$\phi(\beta)$ = อัตตสหสัมพันธ์ของ p

$\Delta^d y_t$ = อนุพันธ์ของ d ของข้อมูลอนุกรมเวลา y_t

ถ้า d อยู่ที่ (0,0.5) ในแบบจำลอง ARFIMA อธิบายว่า long memory หรือ long range มีความสัมพันธ์กันในทิศทางบวก

ถ้า d อยู่ที่ (-0.50,0) อธิบายว่าในช่วง intermediate memory หรือ long range มีความสัมพันธ์ในทิศทางลบ

ถ้า d อยู่ที่ [0.5,1) อธิบายว่าเป็นค่าเฉลี่ยย้อนหลัง และไม่มีผลกระทบระยะยาวกับมูลค่าในอนาคต

ถ้าเป็นใน short memory d=0 จะสอดคล้องกับค่ามาตรฐานตามวิธี ARMA (Chukiat Chaiboonsri,et.al, 2010)

2.2.6 Fractional Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (FIGARCH)

แบบจำลอง GARCH แบบต่างๆ ไม่สามารถจับความจำระยะยาว (long memory) ในความผันผวน (volatility) ได้ จึงได้มีการนำแบบจำลอง Fractionally Integrated GARCH (FIGARCH) มาศึกษา ทั้งนี้ก็เนื่องจากคุณสมบัติของแบบจำลอง FIGARCH ที่สามารถอธิบายลักษณะของความจำระยะยาว (long memory) ในความผันผวน (volatility) และระยะเวลาของการยึดติดที่เกิดจาก shock ได้ รูปแบบ สมการทั่วไปของแบบจำลอง GARCH

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1\mu_{t-1}^2 + \lambda_1\sigma_{t-1}^2 \tag{2.28}$$

ค่าความแปรปรวนของ error term ประกอบไปด้วย 3 ส่วน คือ ค่าคงที่ , ARCH term , GARCH term โดยทั่วไปแล้วควรจะมีค่าของ ARCH term และ GARCH term ที่สูง และสามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1\mu_{t-1}^2 + \ldots + \alpha_p\mu_{t-p}^2 + \lambda_1\sigma_{t-1}^2 + \ldots + \lambda_q\sigma_{t-q}^2 \tag{2.29}$$

แบบจำลอง FIGARCH (*p,d,q*) จากการศึกษาของ Baillie et al.(1996) ที่สามารถจับการลดลงอย่างช้าๆที่ยาวนาน (hyperbolic decay) ในกระบวนการการผันผวน (volatility process) ถูกกำหนดสมการ

$$(1-L)^d \phi(L)\varepsilon_t^2 = \omega + [1-\beta(L)]\upsilon_t \tag{2.30}$$

โดยที่ $\phi(L) = [1-\beta(L)-\alpha(L)]$และที่ทุกรากของ $\phi(L)$และ $[1-\beta(L)]$ อยู่ภายนอกวงกลมหน่วย (unit circle) $\upsilon_t = \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2$ และ $0 < d < 1$ $\phi(L)$คือ infinite order polynomial

เมื่อจัดรูปแบบสมการที่ (2.30) จะสามารถเขียนสมการสำหรับแบบจำลอง FIGARCH ได้ดังนี้

$$[1-\beta(L)\sigma_t^2] = \omega + \lfloor 1-\beta(L)-\phi(L)^d \rfloor \varepsilon_t^2 \tag{2.31}$$

จากสมการที่ (2.31) เมื่อ d มีค่าเท่ากับศูนย์ แบบจำลอง FIGARCH จะลดรูปกลายเป็นแบบจำลอง GARCH ดังสมการที่ (2.32)

$$[1-\alpha(L)-\beta(L)]\varepsilon_t^2 = \omega + [1-\beta(L)](\varepsilon_t^2 - \sigma_t^2) \tag{2.32}$$

กระบวนการของแบบจำลอง FIGARCH แสดงถึงการเกิดอัตราที่ลดลงอย่างช้าๆ ที่ยาวนาน (hyperbolic rate of decay) สำหรับอัตสหสัมพันธ์ของส่วนที่เหลือยกกำลังสอง (square residuals, ε_t^2) ซึ่งเป็นลักษณะของกระบวนการความจำระยะยาว (long memory) (Chukiat Chaiboonsri,et.al, 2010)

2.2.7 แบบจำลอง ARFIMA-FIGARCH

แบบจำลอง ARFIMA-FIGARCH ใช้กับข้อมูลรายวันซึ่งใช้อธิบายข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีค่าเฉลี่ย (Mean) และความแปรปรวน (Variance) โดยแบบจำลอง ARFIMA มาจากการพัฒนาแบบจำลอง ARIMA แต่มีประสิทธิภาพในการอธิบายทั้ง short และ long memory ส่วนแบบจำลอง FIGARCH มีลักษณะทั่วไปเหมือนแบบจำลอง GARCH ทำให้มีคุณสมบัติคล้ายกันคืออธิบายความแปรปรวนได้ ดังนั้นก็จะเขียนเป็นสมการ ARFIMA (P, d_1, Q)-FIGARCH (p, d_2, q)

$$\varphi(L)(1-L)^{d}(y_t-\mu_t)=\vartheta(L)\varepsilon_t\ ,\ \varepsilon_t|\psi_{t-1}\sim D(0,h_t)\ ,$$

(2.33)

$$\mu_t=\sum_{j=0}^{r}\gamma_j t^j+\sum_{i=1}^{m/2}(\theta_i\cos\omega_i t+\lambda_i\sin\omega_i t)\ ,$$

(2.34)

$$\phi(L)(1-L)^{d_2}\varepsilon_t^2=\alpha_0+\sum_{i=1}^{m/2}(K_i\cos\omega_i t+\tau_i\sin\omega_i t)+[1-\beta(L)]\nu_t\qquad ,$$

(2.35)

โดยที่ L = the backshift operator $(L^s\varepsilon_t=\varepsilon_{t-s})$, $\varphi(L)=1-\sum_{j=1}^{P}\varphi_j L^j$, $\vartheta(L)=1+\sum_{j=1}^{Q}\vartheta_j L^j$, $\phi(L)=1-\sum_{j=1}^{q}\phi_j L^j$, $\beta(L)=\sum_{j=1}^{p}\beta_j L^j$, $\nu_t=\varepsilon_t^2-h_t$, รากของพหุนาม $\varphi(L)=0$ และ $\phi(L)=0$ อยู่นอกเหนือหน่วยวงกลม (unit circle) , $-1<d_1<0.5$, $0<d_2<1$, $\omega_i=\dfrac{2\pi i}{m}, m=365$

เพื่อให้ ได้ค่า positive variance ของ h_t ที่ปราศจากการยับยั้งการเพิ่มขึ้นของพารามิเตอร์ในสมการความแปรปรวนโดย สูตร ลอการิทึมของความแปรปรวนสามารถ $(\nu_t=\varepsilon_t^2-Inh_t)$ องค์ประกอบเชิงฤดูกาลในสมการที่ (2.34) สามารถเขียนมาในอีกรูปหนึ่งได้คือ

$$\mu_t=\sum_{j=0}^{r}\gamma_t t^j+\sum_{k=1}^{12}c_k m_{kt}\ ,$$

(2.36)

ที่ m_{kt} คือ ตัวแปร dummy ที่เป็นค่าเฉลี่ยต่อเดือนที่ต่อเนื่อง ในทางเดียวกันเราสามารถอธิบายตามส่วนประกอบเชิงฤดูกาลสำหรับความแปรปรวน ได้ดังนี้ (Piotr Fiszede,2008)

$$\phi(L)(1-L)^{d}\varepsilon_t^2=\alpha_0+\sum_{k=1}^{12}\delta_k m_{kt}+[1-\beta(L)]\nu_t$$

(2.37)

2.2.8 เกณฑ์การเลือกรูปแบบของแบบจำลองที่ดีที่สุด (Information criteria)

ในการหารูปแบบของแบบจำลอง เมื่อได้รูปแบบของแบบจำลองที่เหมาะสมหลายรูปแบบ ต้องมีแนวทางในการเลือกรูปแบบของแบบจำลองที่ดีที่สุด โดยพิจารณาจากค่า Akaike Information Criterion (AIC) และ Schwartz Criterion (SC) รูปแบบของแบบจำลองที่ให้ค่า AIC และ SC น้อยที่สุดจะเป็นรูปแบบที่ดีที่สุด โดย Akaike Information Criterion (AIC) สามารถคำนวณได้ดังนี้

Akaike Information Criterion (AIC) $-2\iota/\eta + 2k/\eta$

Schwartz Criterion (SC) $-2\iota/\eta + k\log\eta/\eta$

โดยที่ k เป็นจำนวนของพารามิเตอร์ที่ทำการประมาณค่า

η เป็นจำนวนของค่าสังเกต

ι เป็นค่าของ log likelihood function ที่ใช้พารามิเตอร์ที่ถูกประมาณค่า k ตัว

2.2.9 ค่าความคลาดเคลื่อนร้อยละเฉลี่ย (The Mean Absolute Percentage Error: MAPE)

ในทางสถิติแล้ว MAPE คือเครื่องมือที่มีความแม่นยำ ในการหาค่า time series ที่มีความเหมาะสมทางสถิติ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการหาแนวโน้มโดย ปกติแล้ว MAPE ถูกใช้ในการ แสดงค่าที่เหมาะสม โดยการแสดงเป็นเปอร์เซ็นต์ ซึ่งสูตรของ MAPE คือ

$$\text{MAPE} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|\frac{\mathrm{A}_t - F_t}{\mathrm{A}_t}\right|$$

เมื่อให้ A_t คือค่าที่แท้จริง และ F_t คือค่าที่คาดการณ์ไว้

ค่าความแตกต่างระหว่าง A_t และ F_t ได้แสดงให้เห็นโดย ค่าที่แท้จริง A_t อีกครั้ง ค่าสัมบูรณ์ที่ได้จากการคำนวณนี้ คือผลบวกของทุกๆ จุดที่เหมาะสมหรือทุกๆ จุดที่คาดการณ์ ไว้ในห้วงเวลา และได้แสดงให้เห็นอีกครั้งด้วยจำนวนบนจุดที่เหมาะสม n ทำให้เกิดข้อผิดพลาดด้าน

เปอร์เซ็นต์ ดังนั้นจึงสามารถเปรียบเทียบข้อผิดพลาดของ time series ที่เหมาะสมซึ่งมีความแตกต่างกัน

แนวทางปฏิบัติในการตีความหมายของ MAPE ทำได้ดังนี้

ถ้าค่า MAPE น้อยกว่า 10% แสดงว่า มีความแม่นยำสูงมากในการคาดการณ์ ถ้าค่า MAPE อยู่ระหว่าง 10-20% แสดงว่าการคาดการณ์อยู่ในระดับดี ถ้าค่า MAPE อยู่ระหว่าง 20-50%แสดงว่าการคาดการณ์อยู่ใน ระดับพอสมควร ถ้าค่า MAPE มากกว่า 50% ขึ้นไป แสดงว่าเกิดความคลาดเคลื่อน(ผิดพลาด)ในการคาดการณ์ (Chukiat Chaiboonsri,et.al, 2010)

2.3 ผลการวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผลงานการศึกษาที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์หลักทรัพย์ทางด้านเทคนิคแบบต่างๆที่วิเคราะห์ความเสี่ยงของตัวหลักทรัพย์นั้นมาเป็นสัญญาณในการซื้อขายหลักทรัพย์นั้น มีอยู่หลายผลงาน โดยแต่ละผลงานก็จะมีวิธีการวิเคราะห์ที่แตกต่างกันไป ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

กนกกาญจน์ ทวีอภิรดีเจริญ (2541) ได้ทำการศึกษาปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อราคาหุ้นในกลุ่มพัฒนาอสังหาริมทรัพย์ โดยใช้ข้อมูลเป็นรายเดือนตั้งแต่มกราคม 2536 ถึง ธันวาคม 2539 รวมทั้งหมด 48 เดือน โดยมีปัจจัยในการศึกษาคือดัชนีการลงทุนของภาคเอกชน ปริมาณสินเชื่อของสถาบันการเงิน อัตราดอกเบี้ยเงินกู้ และอัตราเงินเฟ้อ กำไรสุทธิ อัตราดอกเบี้ยระหว่างธนาคาร และดัชนีตลาดหุ้นดาวโจนส์ การศึกษาจะใช้รูปแบบสมการถดถอยเชิงซ้อนในการประมาณค่าทางสถิติ ผลการศึกษาพบว่าปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อราคาหุ้นในกลุ่มพัฒนาอสังหาริมทรัพย์อย่างมีนัยสำคัญในทางบวกคือ ดัชนีการลงทุนของภาคเอกชน ดัชนีตลาดหุ้นดาวโจนส์ และอัตราเงินเฟ้อ ในขณะที่อัตราดอกเบี้ยเงินกู้และอัตราดอกเบี้ยระหว่างธนาคารมีความสัมพันธ์ในทางลบกับราคาหุ้นในกลุ่มพัฒนาอสังหาริมทรัพย์

ชีวิน กันธาอ้าย (2547) ได้ทำการศึกษาการพยากรณ์ราคายางพาราโดยวิธี ARIMA ผลการศึกษาในการทดสอบ unit root โดยวิธี Augmented Dickey-Fuller test (ADF test) ที่ 0 Lag ผล

ปรากฏว่าค่าทดสอบทางสถิติที่ระดับ Level ของราคา RSS1 และ RSS3 ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ อย่างไรก็ตามค่าทดสอบทางสถิติในระดับผลต่างที่ 1 (1st difference , $\Delta \ln P_t$)มีนัยสำคัญทางสำคัญทางสถิติที่ระดับ 1% แสดงว่า RSS1 และ RSS3 มีลักษณะนิ่งที่I(1) ผลการตรวจสอบคอเรลโลแกรม(Correlogram)ปรากฏว่าแบบจำลอง AR(1) MA (1) MA(2) ของข้อมูล RSS1 และ แบบจำลอง AR(1) MA (1) MA(2) ของข้อมูล RSS3 มีความเหมาะสมที่สุด เมื่อทำการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองมีลักษณะเป็น white noise มีนัยสำคัญทางสถิติที่ 1% AR(1) MA (1) MA(2) ของข้อมูล RSS1 และ แบบจำลอง AR(1) MA (1) MA(2) ของข้อมูล RSS3 ให้ค่า Root-Mean-Square-Error(RMSE) และTheil's inequality coefficient (U) ที่ต่ำสุด ดังนั้นแบบจำลองดังกล่าวจึงมีความเหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ราคาของ RSS1 และ RSS3 ในอนาคต ซึ่งราคาในอนาคตของ RSS1 ระหว่างเดือนมกราคม 2547 ถึงมีนาคม 2547 มีค่าราคา 52.05 , 50.94 ,และ 51.85 บาท/กก. ตามลำดับ และราคาในอนาคตของ RSS3 ระหว่างเดือนมกราคม 2547 ถึงมีนาคม 2547 ค่าราคา 50.89 , 49.79, และ 50.69บาท/กก. ตามลำดับ จึงสรุปได้ว่าผลการศึกษาสามารถนำไปใช้ให้เกิดประโยชน์ในการช่วยเหลือเกษตรกรชาวสวนยางพาราเพื่อการวางแผนและตัดสินใจทางธุรกิจต่อไป

วชิรภูมิ เบญจวัฒนวงศ์ (2546) ทำการศึกษาการวิเคราะห์ความเสี่ยงของหุ้นในกลุ่มพัฒนาอสังหาริมทรัพย์ โดยวิธีการถดถอดแบบสลับเปลี่ยน โดยใช้ข้อมูลเป็นรายสัปดาห์ตั้งแต่วันที่ 2 มกราคม 2541 ถึง 27 ธันวาคม 2545 รวมเป็นข้อมูลทั้งหมด 260 สัปดาห์ ผลการศึกษาพบว่า อัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ในกลุ่มพัฒนาอสังหาริมทรัพย์และอัตราตอบแทนของดัชนีตลอดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยเป็นข้อมูลที่มันลักษณะนิ่ง และอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ในกลุ่มพัฒนาอสังหาริมทรัพย์และอัตราผลตอบแทนของดัชนีตลาดหลักทรัพย์มีดุลยภาพในระยะยาว และผลจากการศึกษาโดยใช้แบบจำลองถดถอนแบบสลับเปลี่ยน พบว่า ความเสี่ยงในตลอดช่วงขาขึ้นและตลาดช่วงขาลงมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ดังนั้น การศึกษาความเสี่ยงของหลักทรัพย์ในกลุ่มพัฒนาอสังหาริมทรัพย์ความใช้แบบจำลองถดถอยแบบสลับเปลี่ยน ซึ่งในช่วงขาขึ้นนั้นอัตราผลตอบแทนของดัชนีตลาดหลักทรัพย์สามารถอธิบายอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ในกลุ่มพัฒนาอสังหาริมทรัพย์ทุกหลักทรัพย์ที่ทำการศึกษาได้ ค่าเบต้าของหลักทรัพย์ทุกตัวที่ทำการศึกษามีค่ามากกว่า 1 ทั้งหมด (1.00 ถึง 3.32) แสดงว่าในช่วงขาขึ้นหลักทรัพย์ที่ทำการศึกษานี้เป็นหลักทรัพย์ที่มีการปรับตัวเร็วกว่าตลอดและมีความเสี่ยงมากกว่าตลอด ส่วนช่วงขาลงนั้น พบว่า

อัตราผลตอบแทนของดัชนีตลาดหลักทรัพย์สามารถอธิบายอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ในกลุ่มพัฒนาอสังหาริมทรัพย์ทุกหลักทรัพย์ที่ทำการศึกษา ยกเว้นหลักทรัพย์ MBK ค่าเบต้าในช่วงขาลงของหลักทรัพย์ทุกตัวที่ทำการศึกษา มีค่าน้อยกว่า 1 ทั้งหมด (-0.28 ถึง 0.90) แสดงว่าในช่วงขาลงหลักทรัพย์เหล่านี้มีการปรับตัวช้ากว่าตลาด

วิสุมิตรา วงศ์เลี้ยงถาวร (2546) ทำการศึกษาการวิเคราะห์ความเสี่ยงของหลักทรัพย์บางหลักทรัพย์บางหลักทรัพย์ในกลุ่มพัฒนาอสังหาริมทรัพย์ในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยโดยใช้วิธีโคอินทีเกรชันและเอเรอร์คอร์เร็คชัน โดยใช้ข้อมูลราคาปิดของหลักทรัพย์รายสัปดาห์จำนวน 268 สัปดาห์ เริ่มตั้งแต่เดือนมิถุนายน 2540 ถึงเดือน กันยายน 2545 ผลการศึกษาพบว่าผลตอบแทนของหลักทรัพย์กลุ่มอังหาริมทรัพย์และผลตอบแทนของตลาดมีลักษณะนิ่งที่ระดับ I(0) ซึ่งการใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดสามารถนำมาใช้ในการประมาณค่าสมการ GAPM โดยไม่ทำให้เกิดปัญหาความสัมพันธ์ที่ไม่แท้จริง และผลตอบแทนของหลักทรัพย์ LH, SPALAI, QH และ ITD มีความสัมพันธ์เชิงบวกกับผลตอบแทนของตลาด และการเปลี่ยนแปลงในอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์มากกว่าการเปลี่ยนแปลงในอัตราผลตอบแทนของตลาด ซึ่งจัดเป็นหลักทรัพย์ประเภท

อร่รศิริ อัครวนาธรและ ชัยวัช โชวเจริญสุข (2551) ความผันผวนอย่างมีเงื่องไขและการแจกแจงของอัตราแลกเปลี่ยนไทย กรณีแบบจำลอง GARCH และ FIGARCH ที่มีการแจกแจงแบบ NIG ได้ศึกษาการประมาณค่าแบบจำลอง GARCHและ FIGARCH ของอัตราแลกเปลี่ยนของไทยกับต่างประเทศซึ่งประกอบด้วย สหรัฐอเมริกา และ ญี่ปุ่น ซึ่งเก็บในลักษณะข้อมูลรายวัน โดยในการทดสอบจะใช้การกระจายของค่าความคลาดเคลื่อนโดยวิธีการกระจายแบบปกติ student's t และ Normal Inverse Gaussian (NIG) สำหรับแบบจำลอง FIGARCH ที่ใช้ค่าความคลาดเคลื่อนแบบ NIG นั้นเป็นส่วนขยายของแบบจำลอง GARCH-NIG เพื่อศึกษา hyperbolic memory และ time variation ในการวัดความผันผวนของอัตราแลกเปลี่ยน ผลการศึกษาพบว่า FIGARCH-NIG สามารถระบุลักษณะ hyperbolic memory และ conditional volatility และพบการกระจายที่ไม่สมมาตรของผลตอบแทนรายวันในอัตราแลกเปลี่ยนเงินสกุลดอลลาร์ และการกระจายที่สมมาตรของผลตอบแทนรายวันในอัตราแลกเปลี่ยนเงินเยน