บทที่ 2

กรอบแนวคิดทางทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 แนวความคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาการประมาณค่าความผันผวนและพยากรณ์สำหรับมูลค่ากองทุนเพื่อการเลี้ยงชีพ และ กองทุนหุ้นระยะยาว ใช้แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับการวิเคราะห์อนุกรมเวลา การทดสอบความนิ่งของข้อมูล การทดสอบ unit root แบบจำลอง Autoregressive Conditional Heteroscadasticity (ARCH) แบบจำลอง Generalized Conditional Heteroscadasticity (GARCH) และแบบจำลอง Exponential GARCH ดังต่อไปนี้

2.1.1 การวิเคราะห์อนุกรมเวลา (Time Series Analysis)

การวิเคราะห์อนุกรมเวลาเป็นวิธีที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลหรือค่าสังเกตที่มีการเปลี่ยนแปลงไปตามลำดับเวลาที่เกิดขึ้น หรือการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรในช่วงเวลาที่ผ่านไป ลักษณะของการเปลี่ยนแปลงอาจมีหรือไม่มีรูปแบบก็ได้ แต่ถ้าอนุกรมเวลาแสดงให้เห็นรูปแบบการเปลี่ยนแปลงในช่วงเวลาที่ผ่านมาในอดีตก็จะทำให้สามารถคาดการณ์ได้ว่าในอนาคตลักษณะการเปลี่ยนแปลงควรอยู่ในรูปแบบใด และสามารถพยากรณ์การเปลี่ยนแปลงข้อมูลในอนาคตได้ การวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลานี้จะขึ้นอยู่กับการเปลี่ยนแปลงของเวลาในอดีตเป็นพื้นฐาน (ศิริลักษณ์ เล็กสมบูรณ์, 2531)

2.1.2 การทดสอบความนิ่งของข้อมูล (Stationary) และการทดสอบ ยูนิทรูท (Unit Root)

การทดสอบว่าข้อมูลที่นำมาศึกษามีความนิ่งหรือไม่ สามารถทำได้โดยการทดสอบ Unit Root ซึ่งทำได้โดยใช้การทดสอบ DF (Dickey – Fuller Test) ซึ่งเสนอโดย Dickey และ Fuller ในปี 1981 และวิธีการทดสอบ ADF (Augmented Dickey – Fuller Test) ซึ่งเสนอโดย Said และ Dickey ในปี 1984

ข้อมูลที่มีลักษณะนิ่ง (Stationary) หมายถึง ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีค่าเฉลี่ย (Mean) และความแปรปรวน (Variance) เท่ากันตลอดระยะเวลาที่ศึกษา

ส่วนข้อมูลที่มีลักษณะไม่นิ่ง (Non-Stationary) หมายถึง ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีค่าเฉลี่ย (Mean) และความแปรปรวน (Variance) ไม่เท่ากันตลอดระยะเวลาที่ศึกษา

ทั้งนี้การวิเคราะห์ข้อมูลที่เป็นอนุกรมเวลา ส่วนมากจะพบปัญหาความไม่นิ่งของข้อมูล ซึ่งสามารถแก้ไขได้ด้วยการทำให้ข้อมูลมีความนิ่งเสียก่อน โดยอาจใช้วิธีการหาผลต่าง (Difference) ของข้อมูล การแปลงให้อยู่ในรูป Logarithm หรือการทดสอบหาความสัมพันธ์ของตัวแปรในระยะยาว (Cointegration) เป็นต้น

ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่ง(Stationary) คือ ข้อมูลที่ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของกระบวนการเชิงสุ่มนั้นมีค่าคงที่เมื่อเวลาได้เปลี่ยนไป และค่าความแปรปรวนระหว่างสองคาบเวลาขึ้นอยู่กับความล่า Lag ระหว่างคาบเวลาทั้งสอง โดยสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้ (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และ อารี วิบูลย์พงศ์, 2542)

ค่าเฉลี่ย (mean) : $E\left(X_t\right) = \text{constant} = \mu$ (1)

ความแปรปรวน (variance) : $V\left(X_t\right) = \text{constant} = \sigma^2$ (2)

ความแปรปรวนร่วม (covariance) : $COV\left(X_{t,}X_{t+k}\right) = E\left(X_t - \mu\right)\left(X_{t+k} - \mu\right) = \sigma_k - \mu$ (3)

โดยที่ X_t แทนข้อมูลอนุกรมเวลาซึ่งเป็นกระบวนการเชิงสุ่ม

ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่เป็นอนุกรมเวลานั้น ข้อมูลจะต้องมีลักษณะนิ่ง เนื่องจากข้อมูลอนุกรมเวลานั้นมาจากกระบวนการเชิงสุ่ม (random process) การนำข้อมูลอนุกรมเวลาไปใช้โดยไม่ได้ทำการตรวจสอบว่าข้อมูลมีลักษณะนิ่งนั้น ค่าสถิติที่เกิดขึ้นจะมีการแจกแจงไม่มาตรฐาน (standard distributions) ทำให้นำไปสู่การลงความเห็นที่ผิดพลาดและความสัมพันธ์ที่ไม่แน่จริง (spurious regression) กล่าวคือ R^2 มีค่าสูงมากและได้ค่าสถิติ t- test มีนัยสำคัญหรือสูงเกินกว่าความเป็นจริง

ในการใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาต้องทำการทดสอบว่าข้อมูลที่นำมาใช้มีลักษณะนิ่งหรือไม่ ซึ่งจะใช้การทดสอบ Unit Root โดยการศึกษาจะพิจารณาเฉพาะวิธีของ Dickey –Fuller โดยวิธี DF (Dickey –Fuller test) และ ADF (augmented Dickey – Fuller test) ซึ่งกำหนดโดยสมการ

$$X_t = \rho X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4)$$

โดยกำหนดสมมติฐานหลัก $H_0 : \rho = 1$

และ $H_1 : |\rho| < 1$

ถ้ายอมรับ H_0 แสดงว่าข้อมูลมีลักษณะไม่นิ่ง แต่ถ้าปฏิเสธ H_0 แสดงว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะ Δ นิ่ง และการทดสอบนี้ยังสามารถแปลงสมการได้ดังนี้ คือ

กรณีไม่มีค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $\Delta X_t = \theta X_{t-1} + \varepsilon_t$ (5)

กรณีมีเฉพาะค่าคงที่ $\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \varepsilon_t$ (6)

กรณีมีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $\Delta X_t = \alpha + \beta + \theta X_{t-1} + \varepsilon_t$ (7)

โดยกำหนดสมมติฐานหลัก $H_0 : \theta = 0$

และสมมติฐานรอง $H_1 : \theta < 0$

การยอมรับ H_0 แสดงว่าข้อมูลมีลักษณะไม่นิ่ง แต่ถ้าปฏิเสธ H_0 แสดงว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่ง นอกจากนี้สมการ (5) ,(6)และ(7) นำไปเข้ากระบวนการอัตถดถอย จะได้ดังนี้

กรณีไม่มีค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $\Delta X_t = \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{\rho} \phi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t$ (8)

กรณีมีเฉพาะค่าคงที่ $\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-i} + \sum_{i=1}^{\rho} \phi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t$ (9)

กรณีมีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $\Delta X_t = \alpha + \beta + \theta X_{t-i} + \sum_{i=1}^{\rho} \phi_1 \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t$ (10)

ซึ่งสมการที่ (8) (9) และ(10) เป็นการทดสอบ Augmented Dickey – Fuller test นั่นเอง ซึ่งพัฒนามาจากวิธี Dickey – Fuller test เพื่อแก้ปัญหา Serial Correlation ในการตรวจสอบว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่งหรือไม่ โดยการเปรียบเทียบค่าสถิติ t ที่คำนวณได้กับค่าวิกฤตในตาราง ADF

2.1.3 การเลือกแบบจำลองที่เหมาะสมจากการทดสอบ Unit Root โดยการทดสอบสัมประสิทธิ์ของการถดถอย (Deterministic Regressors)

เป็นการทดสอบว่า แบบจำลองใดเป็นแบบจำลองที่เหมาะสมที่สุดระหว่างกรณีของแบบจำลองที่ไม่มีค่าคงที่และแนวโน้มเวลา (None) แบบจำลองที่มีค่าคงที่ (Intercept) และแบบจำลองที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา (Trend and Intercept) โดยการทดสอบการมีนัยสำคัญทางสถิติของสัมประสิทธิ์ของตัวถดถอย (ค่าคงที่หรือค่าแนวโน้มเวลา) โดยขั้นตอนการทดสอบดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เริ่มการทดสอบจากแบบจำลองกรณีที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลาตามสมการ (11)

$$\Delta Y_t = a_0 + \gamma Y_{t-1} + a_{2t} + \sum \beta_i \Delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{11}$$

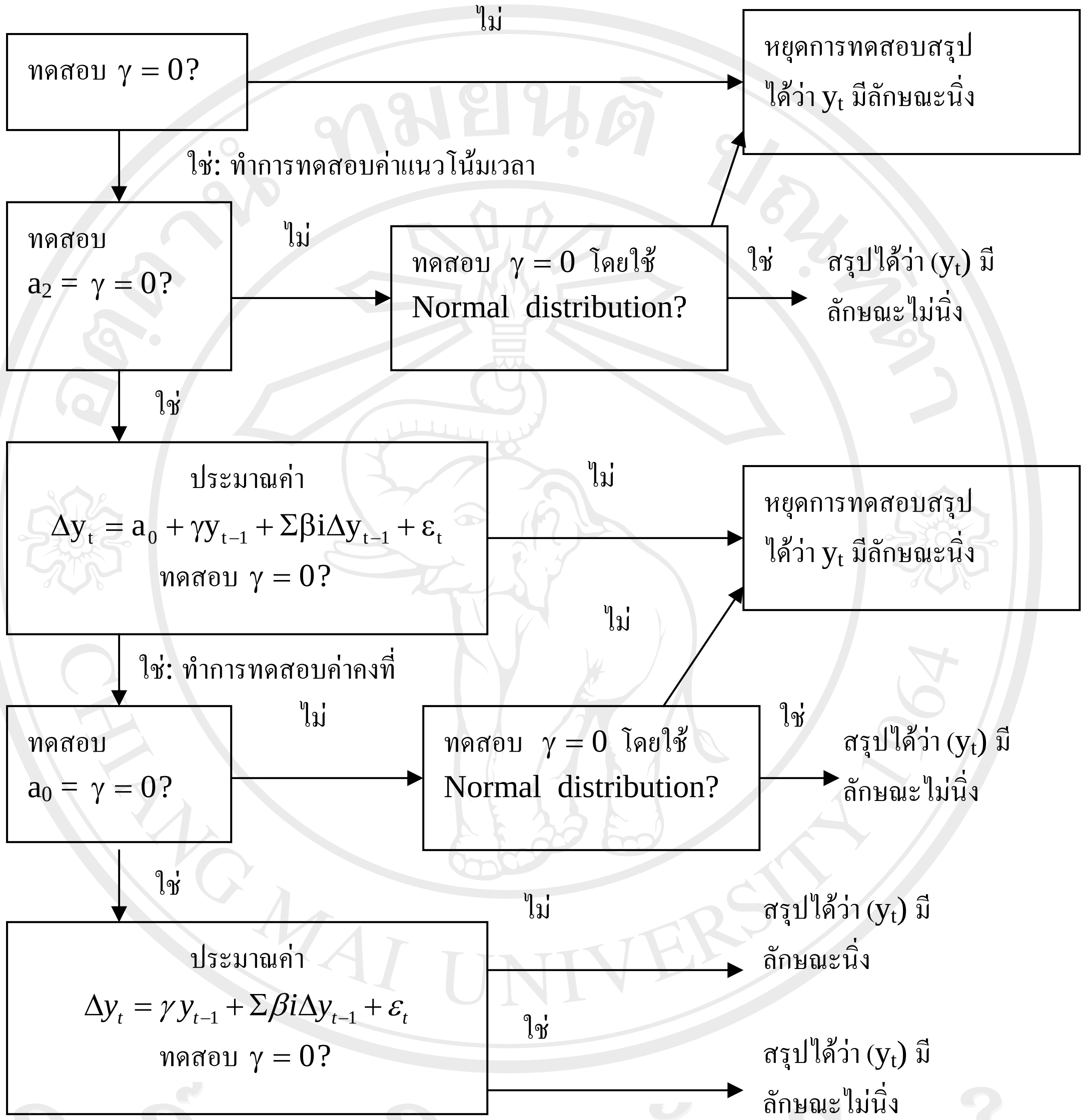
ทำการทดสอบสมมุติฐานว่าง $H_0 : \gamma = 0$ โดยใช้ τ_τ statistic ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมุติฐานว่าง แสดงว่า ข้อมูล Y_t มีลักษณะนิ่งแล้ว และเลือกใช้แบบจำลองที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา

ขั้นตอนที่ 2 ถ้าเกิดการยอมรับสมมติฐานว่างในขั้นตอนที่ 1 แสดงว่าในแบบจำลองดังกล่าวมีตัวถดถอยที่ไม่จำเป็นอยู่ในสมการ ซึ่งอาจทำให้อำนาจการทดสอบของสมการลดลง ดังนั้น จึงต้องมีการทดสอบความมีนัยสำคัญทางสถิติของค่าแนวโน้ม (a_{2t}) ที่อยู่ในสมการ โดยการทดสอบสมมติฐานว่า $\mathrm{H}_0 : \mathrm{a}_2 = \gamma = 0$ โดยใช้ ϕ_3 statistic ถ้าค่าสัมประสิทธิ์ของค่าแนวโน้มไม่มีนัยสำคัญทางสถิติให้ข้ามไปขั้นตอนที่ 3 อย่างไรก็ตามถ้าค่าสัมประสิทธิ์ของค่าแนวโน้มมีนัยสำคัญทางสถิติให้ทำการทดสอบความไม่นิ่งของข้อมูลอีกครั้งโดยใช้ การแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน (standardized normal distribution) ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมติฐานว่าแสดงว่า ข้อมูล y_t มีลักษณะนิ่งแล้วและเลือกใช้แบบจำลองที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลาแต่ถ้าเกิดการยอมรับสมมติฐานว่างแสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะไม่นิ่ง

ขั้นตอนที่ 3 ทำการประมาณค่าแบบจำลองตามสมการ (8) ที่ปราศจากค่าแนวโน้มเวลา และทดสอบ unit root โดยใช้ τ_μ statistic ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมติฐานว่างแสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะนิ่งแล้วและเลือกใช้แบบจำลองที่ปราศจากค่าแนวโน้มเวลา แต่ถ้าเกิดการยอมรับสมมติฐานว่างให้ทำการทดสอบความไม่นิ่งของข้อมูลอีกครั้งโดยใช้ การแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน (Standardized normal distribution) ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมติฐานว่างแสดงว่า ข้อมูล y_t มีลักษณะนิ่งแล้วและเลือกใช้แบบจำลองที่มีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลาแต่ถ้าเกิดการยอมรับสมมติฐานว่าง แสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะไม่นิ่ง

ขั้นตอนที่ 4 ทำการประมาณค่าแบบจำลองตามสมการ (8) ที่ปราศจากค่าแนวโน้มเวลา และค่าคงที่ และทดสอบUnit root โดยใช้ τ statistic ถ้าเกิดการปฏิเสธสมมติฐานว่าง แสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะนิ่งแล้วและเลือกใช้แบบจำลองที่ปราศจากค่าแนวโน้มเวลาและค่าคงที่แต่ถ้าเกิดการยอมรับสมติฐานว่าง แสดงว่าข้อมูล y_t มีลักษณะไม่นิ่ง

ขั้นตอนการเลือกแบบจำลองที่เหมาะสม



ที่มา : Enders (1995)

2.1.4 แบบจำลอง Autoregressive Integrated Moving Average(ARIMA)

แบบจำลอง Autoregressive Integrated Moving Average(ARIMA) ได้มีการศึกษาโดย Grorge Box และ Gwilym Jenkins (1976) แต่ Wold (1938) ได้เป็นผู้ให้พื้นฐานทางทฤษฎีของกระบวนการหรือระบบ ARIMA บนพื้นฐานของ Wold แบบจำลอง ARIMA ได้ถูกพัฒนาขึ้นในสามทิศทาง ซึ่งได้แก่ ขั้นตอบสนองการประมาณค่าและการบ่งชี้ที่มีประสิทธิภาพ (efficient identification and estimation procedures) (สำหรับกระบวนการหรือระบบ AR,MA และ ARMA)

การคลอบคลุมไปถึงผลลัพธ์ที่ได้รวบรวมเอาอนุกรมเวลาเชิงฤดูกาล (seasonal time series) และการขยายของเขตไปเพื่อรวมเอากระบวนการหรือระบบไม่นิ่ง (nonstationary process (ARIMA)) เข้าไว้ด้วย (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์, 2547)

โดยทั่วไปแล้วข้อมูลอนุกรมเวลาส่วนใหญ่มีลักษณะไม่นิ่ง (nonstationary) เนื่องจากข้อมูลอนุกรมเวลานั้นมาจากกระบวนการเชิงสุ่ม (random process) แต่ด้วยทฤษฎีของ AR และ MA หมายถึงข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่ง (stationary) ดังนั้นเมื่อข้อมูลที่รวบรวมได้มีลักษณะไม่นิ่ง เราจึงต้องทำการหาผลต่าง (differencing)

ความนิ่งและความไม่นิ่ง (Stationarity and Nonstationarity)

เครื่องมือทางด้านสัญลักษณ์ที่มีประโยชน์มากก็คือ backward shift operator, B. หรือ lag operator, L.(ซึ่งบางครั้งเราก็อาจใช้สัญลักษณ์ B หรือสัญลักษณ์ L สลับกันไปมาได้มีความหมายเหมือนกัน) ซึ่งถูกนำมาใช้ดังนี้

$$BX_t = X_{t-1} \tag{12}$$

ซึ่งถ้า B อยู่หน้า X_t จะมีผลต่อการ shift ข้อมูลถอยหลังไปหนึ่งคาบเวลา และถ้าเรามี

$$B(BX_t) = B_2 X_t = X_{t-2} \tag{13}$$

ซึ่งหมายความว่า X_t ได้ถูก shift ถอยหลังไปสองคาบเวลา

ผลต่างที่หนึ่ง (first difference)

$$X_t' = X_t - X_{t-1} \tag{14}$$

ถ้าเราใช้ backward shift operator จะได้

$$X_t' = X_t - BX_t = (1-B)X_t \tag{15}$$

ผลต่างอันดับที่สอง (second-order difference)

$$
\begin{aligned}
&= X_t - X'_{t-1} \\
&= (X_t - X^{t}_{t-1}) - (X_{t-1} - X_{t-2}) \\
X''_t &= X_t - 2X_{t-1} + X_{t-2} \\
&= (1 - 2B + B^2)X_t \\
&= (1 - B^2)X_t
\end{aligned}
\tag{16}
$$

$(1-B)^2$ คือ ผลต่างอันดับที่สอง (second-order difference)

$1-B^2$ คือ ผลต่างที่สอง (second difference) ซึ่งไม่เหมือนกัน

$(1-B)^d X_t$ คือ ผลต่างอันดับที่ d

กระบวนการหรือระบบอัตตถดถอย (Autoregressive Processes)

กระบวนการหรือระบบ AR (p) ซึ่งคือกระบวนการหรือระบบ AR ที่มีอันดับที่ p เขียนในรูปของ ARIMA (p,d,q) ได้ดังนี้คือ

ARIMA (p,o,o) ซึ่งคือ

$$X_t = \mu' + \varphi_1 X_{t-1} + \varphi_2 X_{t-2} + ... + \varphi_p X_{t-p} + e_t \tag{17}$$

โดยที่ μ' คือ พจน์คงที่หรือคงตัว (constant term)

φ_j คือ พารามิเตอร์อัตถดถอยตัวที่ j

e_t คือ พจน์ความคลาดเคลื่อน ณ เวลา t

กระบวนการหรือระบบเฉลี่ยเคลื่อน (Moving Average Processes)

กระบวนการหรือระบบ MA(q) ซึ่งก็คือกระบวนการหรือระบบ MA ที่มีอันดับ q เขียนในรูปของ ARIMA(p,d,q)ได้ดังนี้คือ

ARIMA (p,o,o)

$$X_t = \mu' - e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - .... - \theta_q e_{t-q} \tag{18}$$

โดยที่ μ' คือ พจน์คงที่หรือคงตัว (constant term)

θ_j คือ พารามิเตอร์เฉลี่ยเคลื่อนที่ตัวที่ j

e_t คือ พจน์ความคลาดเคลื่อน ณ เวลา t

ดังนั้นการผสมกันระหว่าง ARและMR ในรูปของกระบวนการ หรือระบบ ARIMA สำหรับข้อมูลที่มีลักษณะนิ่ง (stationary) จะมีรูปแบบเป็น ARIMA (p,0,q) สมมติให้ AR(1) และ MA(1) เราสามารถเขียนในรูป ARIMA ได้คือ ARIMA (1,0,1) ดังจะแสดงในสมการต่อไปนี้

$$X_t = \mu' + \theta_t X_{t-1} + e_t - \theta_t e_{t-1}$$

หรือ $$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{AR(1)}}}{(1-\theta_1 B)} X_t = \mu' + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{MA(1)}}}{(1-\theta_1 B)} e_t$$

แต่ถ้าข้อมูลมีลักษณะไม่นิ่ง (nonstationary) จะต้องหาผลต่าง(difference) d ครั้ง เพื่อให้ข้อมูลมีลักษณะนิ่ง ดังนี้

ARIMA (1,1,1)

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{First difference}}}{(1-B)} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{AR(1)}}}{(1-\varphi_1 B)} X_t = \mu' + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{MA(1)}}}{(1-\theta_1 B)} e_t$$

หรือ $$\left[1 - B(1+\varphi_1) + \varphi_1 B^2\right] X_t = \mu' + e_t - \theta_1 e_{t-1}$$

$$X_t = (1+\varphi_1) X_{t-1} - \varphi_1 X_{t-2} + \mu' + e_t - \theta_1 e_{t-1}$$

2.1.5 แบบจำลอง Autoregressive Conditional Heterosedasticity (ARCH)

ในการวิเคราะห์อนุกรมเวลาส่วนใหญ่แล้วจะมีการกำหนด stochastic variable ให้มีความแปรปรวนคงที่ (homosedastic) ซึ่งในการประยุกต์ใช้กับบางข้อมูลนั้นค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน (error term) จะไม่ใช่ฟังก์ชั่นของตัวแปรอิสระแต่มีค่าเปลี่ยนแปลงไปตามช่วงเวลาขึ้นอยู่กับขนาดของความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในอดีต และในบางงานศึกษา เช่น แบบจำลองของเงินเฟ้อ อัตราดอกเบี้ยหรือผลตอบแทนจากตลาดหลักทรัพย์ ในบางคาบเวลาจะมีค่าความผันผวน (volatility) สูง (และความคลาดเคลื่อนขนาดใหญ่) ตามด้วยคาบเวลาที่มีค่าความผันผวน (volatility) ต่ำ (และมีค่าความคลาดเคลื่อนที่มีขนาดเล็ก) สรุปได้ว่าค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อนจากการถดถอยจะขึ้นอยู่กับค่าความผันผวน (volatility) ของความคลาดเคลื่อนในอดีตที่ผ่านมา (สธนพล วิเชียรรัตนพันธ์, 2547: 29 อ้างถึงใน ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์, 2547: 641)

ความเป็นไปได้ในการหาค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของอนุกรมเวลาไปพร้อมกันนั้น ในขั้นต้นการพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขจะมีความแม่นยำเหนือกว่าการพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขมาก ซึ่งจากแบบจำลอง Autoregressive Moving Average (ARMA) ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$X_t = a_0 + a_1 X_{t-1} + \varepsilon_t \tag{19}$$

และการพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขของ X_{t+1} ดังนี้คือ

$$E_t X_{t+1} = a_0 + a_1 X_t \tag{20}$$

และค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไขในการพยากรณ์ X_{t+1} ค่าความคลาดเคลื่อนของความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขที่พยากรณ์ได้ดังนี้คือ

$$E_t\left[\left(X_{t+1} - a_0 - a_1 X_t\right)^2\right] = E_t \varepsilon_{t+1}^2 = \sigma^2 \tag{21}$$

ถ้าเปลี่ยนไปใช้การพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขแล้ว ผลที่จะใช้เป็นค่าเฉลี่ยในช่วง Long-Run ของลำดับ $\{\mathrm{X}_t\}$ ซึ่งเท่ากับ $\frac{\mathrm{a}_0}{(1-\mathrm{a}_1)}$ จะได้ค่าความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขดังนี้

$$\mathrm{E}\left\{\left(X_{t+1} - \frac{a_0}{1-a_1}\right)^2\right\} = E\left[\left(\varepsilon_{t+1} + a_1\varepsilon_t + a_1^2\varepsilon_{t-1} + a_1^3\varepsilon_{t-2} + \ldots\right)^2\right] \tag{22}$$

เนื่องจาก $\frac{1}{(1-\mathrm{a}_1)^2} > 1$ เพราะฉะนั้นความแปรปรวน (variance) จากการพยากรณ์แบบไม่มีเงื่อนไข (unconditional variance) จึงมีค่าสูงกว่าความแปรปรวนของการพยากรณ์แบบมีเงื่อนไข ในลักษณะเดียวกันถ้าความแปรปรวนของ $\{\varepsilon_t\}$ ไม่เป็นค่าคงที่ จะสามารถประมาณค่าแนวโน้มของการเปลี่ยนแปลงความแปรปรวนโดยใช้ ARMA Model โดยให้ ε_t แทนส่วนที่เหลือที่ได้จากการประมาณจากสมการ(17) ดังนั้น ค่าความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขของ X_{t+1} จะได้ดังนี้

$$Var\left(\mathrm{X}_{t+1} \middle| X_t\right) = E\left[\left(X_{t+1} - a_0 - a_1 X_t\right)^2\right] = E_t \varepsilon_{t+1}^2 \tag{23}$$

และจากที่ให้ $E_t\varepsilon_{t+1}^2 = \sigma_{t+1}^2$ จึงแสดงว่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขไม่ใช่ค่าคงที่ และจะได้แบบจำลองในการประมาณค่าส่วนที่เหลือ (residuals) ออกมาดังนี้

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1\hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + ... + \alpha_q\hat{\varepsilon}_{t-q}^2 + V_t \tag{24}$$

เมื่อ V_t =white noise process

ถ้าค่าของ $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_q$ มีค่าเท่ากับศูนย์ ความแปรปรวนที่ประมาณค่ามาได้ (estimated variance) จะมีค่าคงที่หรือคงตัว (constant variance) α_0 อีกนัยหนึ่ง คือ ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ X_t จะมีการเปลี่ยนแปลงสอดคล้องกับในสมการ (24) และค่าพยากรณ์สามารถเขียนได้ดังนี้

$$E_t\hat{\varepsilon}_{t+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1\hat{\varepsilon}_t^2 + \alpha_2\hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + ... + \alpha_q\hat{\varepsilon}_{t+1-q}^2 \tag{25}$$

จากเหตุผลที่กล่าวมา สมการ (24) เรียกว่า Autoregressive Conditional Heteroscedastic (ARCH) Model และสมการ (25) เป็น ARCH(q) โดยค่า $E_t\hat{\varepsilon}_{t+1}^2$ หรือ σ_{t+1}^2 จะประกอบด้วย 2 องค์ประกอบ คือ ค่าคงที่และความผันผวน (volatility) ในคาบเวลาที่ผ่านมา ซึ่งเขียนได้เป็นส่วนเหลือกำลังสองของคาบในอดีต (ARCH term) ส่วนค่าสัมประสิทธิ์ $(\alpha_0, \alpha_1, ...\alpha_q)$ สามารถหาค่าได้โดยใช้วิธี Maximum likelihood

2.1.6แบบจำลอง Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH)

แบบจำลอง ARCH ของ Engle ได้มีการพัฒนาต่อโดย Bollerslev ในปี 1986 ด้วยการให้ความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไข (conditional variance) มีลักษณะเป็น ARMA process โดยที่ให้ error process มีลักษณะดังนี้

$$\varepsilon_t = V_t\sqrt{\sigma_t^2} \tag{26}$$

โดยที่ความแปรปรวนของ $V_t = \sigma_v^2 = 1$ และ

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q}\alpha_i\varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{p}\beta_i\sigma_{t-i}^2 \tag{27}$$

เมื่อ $\{V_t\}$ คือ White noise process ที่เป็นค่าอิสระจากเหตุการณ์ในอดีต (ε_{t-1}) ค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไขของ ε_t จะเท่ากับศูนย์ ดังนี้

$$E\varepsilon_t = EV_t\sqrt{\sigma_t^2} = 0$$

ประเด็นสำคัญในการหาความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขของ ε_t ถูกกำหนดโดย

$$E_{t-1}\varepsilon_t^2 = \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q}\alpha_i\varepsilon_{t-1}^2 + \sum_{i=1}^{p}\beta_i\sigma_{t-i}^2 \qquad (28)$$

ดังนั้นความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขของ ε_t ถูกกำหนดโดย σ_t^2 ในสมการ(28) แบบจำลองนี้จึงเรียกว่า Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH) หรือ GARCH (p,q) นั้นใช้กระบวนการ Autoregressive และ Moving Average ในการหาความแปรปรวนที่มีลักษณะ Heteroscedastic Variance จะเห็นว่า ถ้า p=0 และ q=1 เป็น GARCH (0,1) หรือคือ ARCH (1) นั่นเอง โดยสรุปว่าถ้า β_1 ทั้งหมดมีค่าเป็นศูนย์แบบจำลอง GARCH (p,q) จะเทียบเท่ากับแบบจำลอง ARCH (q) คุณสมบัติที่สำคัญของแบบจำลอง GARCH คือค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ disturbances ของค่า X_t สร้างขึ้นมาจากกระบวนการ ARMA จึงสามารถคาดได้ว่าส่วนเหลือจากการทำ ARMA จะแสดงถึงรูปแบบคุณลักษณะเดียวกัน เช่น ถ้าการประมาณค่า $\{X_t\}$ ด้วยกระบวนการ ARMA ค่า Autocorrelation Function (ACF) ซึ่งเป็นสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสุ่มที่หน่วยเวลาห่างกันของกระบวนการเดียวกันและ Partial Autocorrelation Function (PACF) ของส่วนที่เหลือ (residuals) ควรจะบ่งถึงกระบวนการ white noise และ ACF ของกำลังสองของส่วนเหลือ (aquared residuals) นำมาช่วยในการระบุถึงลำดับ (order) ของกระบวนการ GARCH (สธนพล วิเชียรรัตนพันธ์, 2547: 30 อ้างถึงใน ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์, 2547: 648)

2.1.7 แบบจำลอง Exponential GARCH (EGARCH)

แบบจำลอง GARCH ต่างๆนอกจากใช้ได้อย่างประสบผลสำเร็จ แต่ก็มีข้อเสียอยู่สองประการในการประยุกต์ใช้กับการตั้งหรือการคำนวณค่าทรัพย์สินประเภททุน ประการแรก คือในกระบวนการ GARCH แบบสมมาตรนั้น ถ้ามีความผิดปกติ หรือ Shock เกิดขึ้นไม่ว่าในทางบวกหรือทางลบ แต่อยู่ในระดับหรือขนาดเดียวกัน ซึ่งให้ระดับความไม่แน่นอนที่เท่ากันแล้ว ค่าความ

แปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขก็จะเพิ่มขึ้นในทางบวกหรือทางลบอย่างมากจนน่าตกใจ (Engle and Bollerslev, 1986) อย่างไรก็ตาม Black (1976) ได้พบความสัมพันธ์ที่เป็นลบหือตรงกันข้ามกันระหว่างผลตอบแทนในปัจจุบันกับความไม่แน่นอนที่เกิดจากความอ่อนไหว (volatility) ในอนาคต เช่น ความไม่แน่นอนมักจะสูง เมื่อมีข่าวร้ายและลดลงเมื่อมีข่าวดี ลักษณะความไม่สมมาตรของความแปรปรวนแบบมีเงื่อนไขนี้ ผู้เขียนงานวิชาการหลายท่านเรียกว่า leverage effect คืออิทธิพลจากค่ายกกำลัง ซึ่งแบบจำลอง GARCH แบบเส้นตรงไม่สามารถจับรูปแบบนี้ให้เห็นได้ เพราะค่าบวกหรือลบของผลตอบแทนในอดีตจะไม่มีส่วนมากำหนดความไม่แน่นอนที่อ่อนไหวในอนาคต กล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือ เฉพาะขนาดค่าความคลาดเคลื่อนจากประมาณการถดถอยโดยมีการทอดระยะเวลา (lagged residuals) เท่านั้นที่มีส่วนกำหนดค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข แต่ความเป็นบวกหรือลบของค่าความคลาดเคลื่อน ไม่มีส่วนเกี่ยวข้อง (Nelson, Daniel B., 1991) ซึ่งข้อจำกัดนี้เป็นจุดสำคัญประการแรกที่ก่อให้มีการพัฒนาแบบจำลอง EGARCH

ประการที่สอง แบบจำลอง GARCH ต่างๆกำหนดให้ตัวแปร (parameter) ต่างๆต้องไม่เป็นค่าลบ เพื่อบังคับให้ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขมีค่าเป็นบวกเสมอ อย่างไรก็ตามข้อกำหนดบังคับนี้มักถูกฝ่าฝืนจากค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้มาจากการคำนวน

Nelson (1991) ระบุว่าแบบจำลอง EGARCH สามารถตอบเงื่อนไขข้อจำกัดทั้งสองประการของแบบจำลอง GARCH ประการแรก ความไม่แน่นอนที่อ่อนไหวในแบบจำลอง EGARCH ไม่เพียงขึ้นอยู่กับขนาดความผิดปกติ หรือ Shock ในผลตอบแทน (returns) ในอดีตแต่ยังขึ้นอยู่กับว่าความผิดปกตินั้นมีค่าเป็นวกหรือลบด้วย ประการที่สอง การที่ Nelson ใช้ log ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข ทำให้ค่าความแปรปรวนนั้นมีค่าที่เป็นบวกเสมอ ไม่ว่าตัวแปรที่นำมาใช้จะมีค่าสัมประสิทธิ์เป็นบวกหรือลบก็ตาม ดังนั้นจำไม่จำเป็นต้องระบุข้อจำกัดเกี่ยวกับตัวสัมประสิทธิ์อย่างแบบจำลอง GARCH

EGARCH หรือ Exponential GARCH model ถูกเสนอโดย Nelson (1991) EGARCH model ที่มีค่ายกกำลังสูง (exponential) เพื่อแก้ไขข้อจำกัดที่ปรากฏในแบบจำลอง GARCH (1,1) ให้ความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขมีค่าดังสมการ

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \log(\sigma_{t-j}^2) + \sum_{i=1}^{q} \left(\alpha_i \left| \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| + \gamma_i \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right) \qquad (29)$$

ด้านซ้ายมือของสมการ คือ ค่า Log ของค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข หมายความว่าอิทธิพลจากค่ายกกำลัง (leverage effect) เป็นค่าเลขยกกำลังสูง (Exponencial) แทนที่

จะเป็นค่ายกกำลังสอง (Quadratic) ดังนั้นการทำนายค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข จะได้ค่าที่ไม่เป็นลบเสมอ

2.1.8 การพยากรณ์ (Forecasting)

การศึกษานี้ได้แบ่งการพยากรณ์ออกเป็น 3 ช่วงคือ Historical Forecast Ex-post Forecast และ Ex-ante Forecast โดย Historical Forecast คือ การพยากรณ์ข้อมูลในอดีตจนถึงช่วงเวลาที่พิจารณา และเนื่องจากการพยากรณ์ข้อมูลล่วงหน้านั้นจะทำให้เกิดข้อจำกัดที่ว่าความแม่นยำของข้อมูลที่ได้จากการพยากรณ์นั้น มีความน่าเชื่อถือมากน้อยเพียงใด และแบบจำลองอารีมาเหมาะสำหรับการพยากรณ์ในระยะสั้น ดังนั้นเพื่อที่จะทราบว่าแบบจำลองที่ประมาณขึ้นมานั้นสามารถที่จะพยากรณ์ได้ถูกต้องแม่นยำเพียงใด จำได้ใช้การพยากรณ์แบบ Ex-post Forecast กล่าวคือเป็นการพยากรณ์ข้อมูล ณ ช่วงเวลาที่มีข้อมูลจริงเกิดขึ้นแล้ว ยกตัวอย่างเช่น จะลดจำนวนค่าสังเกตการณ์ของอนุกรมเวลาลงจากข้อมูลที่มีทั้งหมด n ข้อมูล เหลือ n-5 ข้อมูล แล้วทำการถดถอยข้อมูลใหม่เพื่อดูค่า RMSE (Root Mean Squared Error) และทำการพยากรณ์ล่วงหน้า (Ex-post Forecast) จำนวน 5 ข้อมูล เพื่อเปรียบเทียบกับข้อมูลจริงที่มีอยู่ และก็จะได้ค่า RMSE แล้วใช้ค่าสถิติดังกล่าวประกอบการพิจารณาเลือกแบบจำลองที่มีความเหมาะสม เมื่อได้แบบจำลองที่เหมาะสมภายหลังจากการวิเคราะห์ความถูกต้องแล้ว ก็สามารถนำแบบจำลองดังกล่าวใช้ในการพยากรณ์ และภายหลังจากที่เลือกแบบจำลองที่ใช้เป็นตัวแทนอนุกรมเวลาข้อมูลได้แล้ว จะทำการพยากรณ์ล่วงหน้า (Ex-ante Forecast) กล่าวคือเป็นการพยากรณ์ในช่วงเวลาที่ยังไม่มีข้อมูลจริงเกิดขึ้นต่อไป

2.1.9 การตรวจสอบรูปแบบ (Diagnostic Checking)

การสร้างสมการพร้อมทั้งประมาณค่าพารามิเตอร์แล้วนั้น จะต้องทำการตรวจสอบรูปแบบว่าสมการที่ได้มามีความเหมาะสมหรือไม่ และรูปแบบใดของสมการที่ดีที่สุด โดยใช้การทดสอบต่างๆดังนี้

1) การทดสอบ Ljung-Box Q-Statistic

การทดสอบ Ljung-Box Q-Statistic เป็นการทดสอบว่าสหสัมพันธ์ในตัวเองในส่วนเหลือทุกช่วงเวลาที่ห่างกัน k มีความอิสระกันหรือไม่ โดยมีสมมติฐานดังนี้

$$\mathrm{H}_0 : \rho(a_t) = \rho(a_t) = \ldots = \rho(a_t) = 0$$
$$\mathrm{H}_1 : \rho(a_t) \neq \rho(a_t) \neq \ldots \neq \rho(a_t) \neq 0$$

คำนวณตามสมการที่ (22) คือ

$$Q_{LB} - stat = T(T+2)\sum\left(r_j^2 / T - j\right) \qquad (30)$$

เมื่อ r_j คือสหสัมพันธ์ในตัวเองลำดับที่ j โดยที่ j=1,…,k

T คือจำนวนค่าสังเกต

ภายใต้ส่วนเหลือจากการประมาณด้วยแบบจำลอง ARIMA ค่า Q_{LB} มีการแจกแจงแบบไคสแควร์ (χ^2) ด้วยระดับความเป็นอิสระ (Degree of Freedom) เท่ากับจำนวนของสายสัมพันธ์ในตัวเองลบด้วยจำนวนของพารามิเตอร์ Autoregressive (AR) และ Moving Average (MA) ที่ได้มาจากการประมาณหรือ k-m

จะยอมรับสมมติฐานหลักเมื่อ $Q_{LB} \le \chi^2_{\alpha,k-m}$ คือส่วนที่เหลือเป็นอิสระต่อกันที่ความล่า k และถ้าปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อ $Q_{LB} \ge \chi^2_{\alpha,k-m}$ คือเกิดสหสัมพันธ์ในตัวเองอย่างน้อยหนึ่งค่าในส่วนเหลือที่ไม่เท่ากับศูนย์

2) เกณฑ์การเลือกรูปแบบของแบบจำลองที่ดีที่สุด (Information criteria)

ในการหารูปแบบของแบบจำลอง เมื่อได้รูปแบบของแบบจำลองที่เหมาะสมหลายรูปแบบต้องมีแนวทางในการเลือกรูปแบบของแบบจำลองที่ดีที่สุด โดยพิจารณาจากค่า Akaike Information Criterion (AIC) และ Schwartz Criterion (SC) รูปแบบของแบบจำลองที่ให้ค่า AIC และ SC น้อยที่สุดจะเป็นรูปแบบที่ดีที่สุด โดย Akaike Information Criterion (AIC) สามารถคำนวณได้ตามสมการที่ (31) และ Schwartz Criterion (SC) คำนวณตามสมการที่ (32)

Akaike Information Criterion (AIC) $\quad -2\iota/\eta + 2k/\eta \qquad (31)$

Schwartz Criterion (SC) $\quad -2\iota/\eta + k\log\eta/\eta \qquad (32)$

โดยที่ k เป็นจำนวนของพารามิเตอร์ที่ทำการประมาณค่า

η เป็นจำนวนของค่าสังเกต

ι เป็นค่าของ log likelihood function ที่ใช้พารามิเตอร์ที่ถูกประมาณค่า k ตัว

2.1.10 การทดสอบความแม่นยำขอผลการพยากรณ์ที่ได้

ในการศึกษาครั้งนี้จะทำการประเมินผลด้วย RMSE (Root Mean Squared Error) ซึ่งมีสูตรการคำนวณตามลำดับ ดังนี้

RMSE คือการวัดค่าความแตกต่างระหว่างค่าจริง และค่าที่ประมาณได้จากแบบจำลอง หาก RMSE มีค่าน้อย แสดงว่าแบบจำลองสามารถประมาณค่าประมาณได้ใกล้เคียงกับค่าจริง (Pindyck and Rubinfeld, 1998) ดังนั้นหากมีค่านี้มีค่าเท่ากับศูนย์แล้ว จะหมายความว่า ไม่เกิดความคลาดเคลื่อนในแบบจำลองนี้เลย RMSE คำนวณได้ดังนี้

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(Y_t^s - Y_t^a)^2} \tag{33}$$

โดยกำหนด Y_t^s = ค่าประมาณจากแบบจำลอง

Y_t^a = ค่าที่แท้จริง

T = จำนวนคาบเวลาที่ใช้ในการประมาณแบบจำลอง

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการทบทวนเอกสารที่เกี่ยวข้องพบว่ามีสาระสำคัญดังนี้

ชิดชนก วงษ์เครือ (2547) ได้ทำการศึกษาการพยากรณ์ดัชนีราคาวัสดุก่อสร้าง โดยวิธีอารีมา มีวัตถุประสงค์เพื่อพยากรณ์ดัชนีราคาวัสดุก่อสร้างในอนาคตด้วยวิธีอารีมา ใช้ข้อมูลดัชนีราคาวัสดุก่อสร้างรวมของประเทศไทยรายเดือนจากสำนักดัชนีการค้า กระทรวงพาณิชย์ระหว่างปี 2538-2546 จากการศึกษาพบว่าข้อมูลดัชนีราคาวัสดุก่อสร้างมีลักษณะนิ่งเมื่อหาผลต่างอันดับหนึ่ง การหาแบบจำลองที่เหมาะสมสำหรับการพยากรณ์ดัชนีราคาในอนาคต จากการพิจารณาโคแรลโลแกรมพบว่าแบบจำลองที่เหมาะสม ได้แก่ แบบจำลอง AR(1) MA(13) ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์0.317267 และ-0.288016 ตามลำดับ และมีนยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 1% เมื่อทดสอบความถูกต้องของแบบจำลองพบว่าทุกแบบจำลองมีลักษณะเป็น White Noise ซึ่งมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 10% โดยพิจารณาจากค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองและค่า Theil's Inequality Coefficient ที่ต่ำสุด เมื่อนำแบบจำลองมาทำการพยากรณ์ดัชนีราคาวัสดุก่อสร้างตั้งแต่เดือนมกราคม-มีนาคม 2547 ได้ดัชนีราคา 140.6205 140.7420 และ 140.5509 ตามลำดับ

ปฎล ป้านทอง (2548) ทำการศึกษาการประมาณค่าความผันผวนของผลตอบแทนหลักทรัพย์ด้วยวิธีการ์ชเพื่อใช้ประมาณราคาใบสำคัญแสดงสิทธิด้วยแบบจำลองแบล็คโชลส์ โดยหลักทรัพย์ที่นำมาศึกษาประกอบด้วย หลักทรัพย์ธนาคารกรุงศรีอยุธยาจำกัด (มหาชน)หรือPICNIC

บริษัทชินคอร์ปอเรชัน จำกัด(มหาชน)หรือ SHIN บริษัทจัสมิน อินเตอร์เนชันแนล จำกัด (มหาชน) หรือ JAS และบริษัทเจริญโภคภัณฑ์อาหารจำกัด(มหาชน) หรือ CPF

ผลการศึกษาพบว่าการประมาณค่าความผันผวนจากผลตอบแทนของหลักทรัพย์ทั้ง 5 ตัวโดยวิธีการ์ชและแบบจำลองอารีมาพบว่าการประมาณค่าใบสำคัญแสดงสิทธิของธนาคารกรุงศรีอยุธยามีความคลาดคลื่อนร้อยละ 69.12 บริษัทปิคนิคแก๊สร้อยละ 37.2 บริษัทชินคอร์ปอเรชัน ร้อยละ 9.5 บริษัทจัสมินร้อยละ 7.14 บริษัทเจริญโภคภัณฑ์อาหาร ร้อยละ 13.69 และการประมาณค่าความผันผวนของผลตอบแทนของหลักทรัพย์โดยแบบจำลองแบล็คและโชลส์ดั้งเดิมพบว่าการประมาณค่าใบสำคัญแสดงสิทธ์ของธนาคารกรุงศรีอยุธยา มีความคลาดเคลื่อนร้อยละ 57.8 บริษัทปิคนิคแก๊สร้อยละ 37.2 บริษัทชินคอร์ปอเรชัน ร้อยนละ 9.92 บริษัทจัสมิน ร้อยละ 5.12บริษัทเจริญโภคภัณฑ์อาหาร ร้อยละ 26.38

ผลการศึกษาพบว่าการประมาณค่าความผันผวนของผลตอบแทนของหลักทรัพย์เพื่อใช้ในการประมาณค่าใบสำคัญแสดงสิทธิภาพในการประเมินราคาใบสำคัญแสดงสิทธิด้อยกว่าการประมาณค่าความผันผวนของผลตอบแทนของหลักทรัพย์โดยแบบจำลองแบล็คและโชลส์ดั้งเดิมสำหรับประเมินค่าราคาใบสำคัญแสดงสิทธิ

Goyal (2000) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการพยากรณ์ความผันผวนของผลตอบแทนจากหลักทรัพย์จากแบบจำลอง GARCH เพื่อดูว่าประสิทธิภาพที่ได้จากการพยากรณ์ด้วยแบบจำลอง GARCH แบบต่างๆมีความสามารถในการส่งผ่านความผันผวนจากข้อมูลผลตอบแทนรายวันและยังทำการทดสอบแบบ out-of-sample ของแบบจำลอง GARCH เทียบกับแบบจำลอง simple ARMA ถึงความสามารถในการพยากรณ์ของทั้ง 2 แบบจำลอง ผลการศึกษาพบว่าแบบจำลอง GARCH นั้นไม่สามารถที่จะจับความหลากหลายของความผันผวนของแบบจำลองได้หมด การประมาณค่าความผันผวน โดยวิธีถดถอยจากแบบจำลอง GARCH นั้น ส่วนใหญ่จะตกอยู่ในช่วงความเชื่อมั่นของกลุ่มตัวแทนของความผันผวนที่เกิดขึ้นจริง ความน่าสนใจของผลการศึกษาที่ได้อย่างหนึ่งคือการแก้ไขปัญหาของสหสัมพันธ์ระหว่างผลตอบแทนและความผันผวนนั้น จะพบเสมอว่าไม่เกิดนัยสำคัญเชิงบวกซึ่งขัดแย้งกับแบบจำลองของ Merton ที่ได้พยากรณ์ว่าเกิดสหสัมพันธ์เชิงบวกระหว่างความผันผวนที่คาดไว้และผลตอบแทนจากหลักทรัพย์และได้ยืนยันถึงสหสัมพันธ์เชิงลบระหว่างความผันผวนที่ไม่ได้คาดไว้กับผลตอบแทนของสินทรัพย์ ผลสรุปสุดท้ายการทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างแบบ out-of-sample ได้บ่งบอกว่าแบบจำลอง ARMA ในการวัดความผันผวนนี้มีลักษณะที่ดีกว่าแบบ GARCH แม้ว่าไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

ภวิษฐ์พร วงศ์ศักดิ์ (2549) ทำการศึกษาความเสี่ยงและผลตอบแทนของกองทุนรวมที่ลงทุนในต่างประเทศโดยมีกองทุนรวมที่ลงทุนในต่างประเทศที่ใช้ในการศึกษา 17 กองทุน ใช้มูลค่าสินทรัพย์สุทธิของกองทุนรายสัปดาห์ ระยะเวลาตั้งแต่ เมษายน พ.ศ. 2545 ถึง ธันวาคม พ.ศ. 2548 การวิเคราะห์ใช้แบบจำลองการตั้งราคาหลักทรัพย์(capital asset pricing model : CAPM)

จากการทดสอบข้อมูลโดยวิธียูนิทรูท พบว่าข้อมูลอัตราผลตอบแทนของกองทุนรวมที่ลงทุนในต่างประเทศทุกกองทุนมีลักษณะนิ่ง การหาค่าความเสี่ยง (β) พบว่า กองทุนรวมที่ลงทุนในต่างประเทศ 13 กองทุน มีค่าความเสี่ยง (β) เป็น บวก แสดงว่าอัตราผลตอบแทนของกองทุนเป็นไปในทิศทางเดียวกันกับอัตราผลตอบแทนของตลาด ส่วนอีก 4 กองทุนที่เหลือ มีความเสี่ยง(β) เป็น ลบแสดงว่าอัตราผลตอบแทนของกองทุนเป็นไปในทิศทางตรงกันข้ามกับอัตราผลตอบแทนของตลาด และจากการหาค่าความเสี่ยงพบว่ากองทุนรวมที่ลงทุนในต่างประเทศทั้ง 17 กองทุน มีค่าความเสี่ยง(β) น้อยกว่า 1 ทั้งหมดแสดงว่ามีการเปลี่ยนแปลงของอัตราผลตอบแทนของกองทุนในอัตราที่น้อยกว่าอัตราผลตอบแทนของตลาด จึงเรียกได้ว่าเป็นกองทุนประเภทปรับตัวช้า

เมื่อนำอัตราผลตอบแทนของกองทุนรวมที่ลงทุนในต่างประเทศแต่ละกองทุนมาเปรียบเทียบกับอัตราผลตอบแทนจากหลักทรัพย์ที่ปราศจากความเสี่ยงพบว่า กองทุนเปิดไทยพาณิชย์ เกษียณสุข (ตราสารหนี้) และโครงการจัดการกองทุนเปิดโกลบอล บาลานซ์ ฟันด์ ออฟ ฟันด์ เป็นกองทุน ที่ให้อัตราผลตอบแทนมากกว่าอัตราผลตอบแทนจากหลักทรัพย์ที่ปราศจากความเสี่ยง ส่วนกองทุนที่เหลืออีก 15 กองทุน ให้อัตราผลตอบแทนที่น้อยกว่าอัตราผลตอบแทนจากหลักทรัพย์ที่ปราศจากความเสี่ยง

วรัณญา นวะมะรัตน์ (2550) ทำการศึกษาอัตราผลตอบแทน ความเสี่ยง และความสามารถในการบริหารหลักทรัพย์ของกองทุนรวมเพื่อวิเคราะห์และเปรียบเทียบหากองทุนที่มีผลตอบแทนมากหน่วยลงทุนดีที่สุด ความเสี่ยงต่ำที่สุด และสามารถบริหารกลุ่มหลักทรัพย์ได้อย่างมีประสิทธิภาพที่สุดเพื่อเป็นแนวทางในการตัดสินใจเลือกลงทุนในกองทุนรวม

วิธีการศึกษาได้นำแนวความคิดพื้นฐานทฤษฎีแบบจำลองการกำหนดราคาหลักทรัพย์ หรือ Capital Asset Pricing Model (CAPM) และประยุกต์ใช้แบบจำลองของ Sharpe Index , Treynor Index และ Jensen Index เพื่อวัดความสามารถในการบริหารหลักทรัพย์ของกองทุน โดยคัดเลือกกองทุนเปิดตราสารทุนที่มีนโยบายการจ่ายปันผล จำนวน 10 กองทุน ที่มีระยะเวลา ในการดำเนินงานอยู่ในช่วงเดือน มกราคม พ.ศ. 2546 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2549 ซึ่งเป็นช่วงที่ภาวะเศรษฐกิจขยายตัวอยู่ในเกณฑ์ดี เฉลี่ยร้อยละ 5.7 ต่อปี ผลการศึกษาเมื่อพิจารณาเป็นรายกองทุน

พบว่ากองทุนที่มีผลตอบแทนดีที่สุดคือ กองทุนเปิด ทิสโก้หุ้นทุนปันผล (TISCOEDF) ส่วนกองทุนที่ให้ผลตอบแทนน้อยที่สุดคือกองทุนรวม วรรณพลัสวรรณ (ONE+1)

หากพิจารณาทางด้านความเสี่ยงพบว่ากองทุนที่มีค่าความเสี่ยงสูงสุดคือ กองทุนเปิด ทิสโก้หุ้นทุนปันผล (TISCOEDF) กองทุนที่มีค่าความเสี่ยงต่ำที่สุด คือ กองทุนเปิดธนาวรรณ (THANAI) จากการศึกษาทางด้านอัตราผลตอบแทนและความเสี่ยง ผลการศึกษาเป็นไปตามทฤษฎีที่ว่าผลตอบแทนสูงความเสี่ยงสูง (High Risk High Return)

ในส่วนของอัตราผลตอบแทนของกองทุนรวมกับอัตราผลตอบแทนของตลาดมีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญ 8 กองทุนจากทั้งหมด 10 กองทุน โดยมีกองทุนที่มีค่าเบต้ามากกว่า 1 จำนวน 4 กองทุน แสดงว่าเป็นกองทุนที่มีนโยบายลงทุนในหลักทรัพย์ที่ปรับตัวเร็ว (Agressive Fund) ส่วนกองทุนที่มีค่าเบต้าน้อยกว่า 1 มี 4กองทุน แสดงว่าเป็นกองทุนประเภทปรับตัวช้า(Defensive Fund)

ปิยนุช เรืองขจร (2550) ทำการประมาณค่าความผันผวนของผลตอบแทนของราคาน้ำมันดิบ ถ่านหิน และก๊าซธรรมชาติโดนวิธีอารีมาอีการ์ช รีมาการ์ชเอ็มและอารีมาการ์ช ซึ่งใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาราคาปิดรายวันของราคาน้ำมันดิบเบรนท์ในตลาดซื้อขายล่วงหน้า NYMEX ของประเทศสหรัฐอเมริกา ตั้งแต่เดือนมกราคม 2546 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ 2550 จำนวน 1,040 ข้อมูล ข้อมูลราคาปิดของราคาถ่านหินของตลาดประเทศสหรัฐอเมริกา ตั้งแต่เดือนสิงหาคม 2546 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ 2550 จำนวน 876 ข้อมูล และข้อมูลปิดรายวันของตลาดประเทศสหรัฐอเมริกา ตั้งแต่เดือนสิงหาคม 2546 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ 2550 จำนวน 881 ข้อมูล

ผลการทดสอบ unit root โดยวิธี Augmented Dickey-Fuller test (ADF test) พบว่าข้อมูลผลตอบแทนของราคาพลังงานทั้ง 3 ชนิดมีลักษณะนิ่งที่ระดับ Level (I(0)) จากการพิจารณาผลคอเรลโลแกรม ได้ทำการเลือกแบบจำลองที่เหมาะสมเพียงรูปแบบเดียวสำหรับผลตอบแทนราคาพลังงานแต่ละชนิดโดยใช้ แบบจำลองอารีมาอีการ์ช อารีมาการ์ชเอ็มและอารีมาการ์ช และเมื่อทำการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทั้งหมดพบว่า มีลักษณะเป็น white noise ณ ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ 0.05

ผลการพยากรณ์ผลตอบแทนของราคาพลังงานแต่ละชนิดในช่วง historical forecast และ ex-post forecast พบว่าแบบจำลองที่ให้ค่า root mean square error ต่ำที่สุดสำหรับผลตอบแทนของราคาน้ำมันดิบ ถ่านหิน และก๊าซธรรมชาติคือ แบบจำลอง AR(1) AR(9) MA(1) MA(9) MA(14) และ E-GARCH(1,2) , แบบจำลอง AR(1) AR(10) MA(1) MA(10) และGARCH(1,1) และแบบจำลอง

AR(2) AR(10) MA(2) MA(10) และ GARCH(1,1) ตามลำดับ ดังนั้นแบบจำลองดังกล่าวจึงมีความเหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ผลตอบแทนล่วงหน้าในอนาคตของพลังงานแต่ละชนิด